Universität Stuttgart
Fachbereich Mathematik
PD Dr. Wolf-Patrick Düll,
Björn de Rijk M.Sc.

Mathematik I für Informatiker und Softwaretechniker
WS 2016/17

Gruppenübung 01

Die schriftliche Aufgabe sollte bei dem Gruppenleiter abgegeben werden. Alle anderen Aufgaben sind Votieraufgaben, die in den Übungsgruppen besprochen werden.

Aufgabe 1 Die Aussage „Wenn es regnet, dann fährt Peter mit dem Auto zur Uni." sei wahr.
Wenn Peter *nicht* mit dem Auto an der Uni ist, wie ist dann das Wetter? Und was wissen wir über das Wetter, wenn Peter mit dem Auto an der Uni ist? Begründen Sie jeweils Ihre Antworten.

Aufgabe 2 Zeigen Sie mit Hilfe von Wahrheitswertetafeln, dass die folgenden Aussagen immer wahr sind:

(i) $(A \wedge (A \to B)) \ \to \ B$

(ii) $((A \to B) \wedge (A \to \neg B)) \ \leftrightarrow \ \neg A$

(iii) $((A \to B) \wedge (\neg A \to B)) \ \leftrightarrow \ B$

Aufgabe 3 Zeigen Sie mittels einer Wahrheitswertetafel

$$\neg(A \vee B) \iff \neg A \wedge \neg B.$$

Aufgabe 4 Bilden Sie die Negationen folgender Aussagen.

(i) Bei jeder Ziehung der Lottozahlen gewinnt jemand eine Million Euro.

(ii) $\forall x \in \mathbb{R} \ \exists\, y \in \mathbb{R} : x = y^2$.

(iii) $\forall \epsilon > 0 \ \exists\, \delta > 0 : \forall x \in \mathbb{R} \ |x| < \delta \Rightarrow x^2 < \epsilon$.

Aufgabe 5 Drei Logiker sitzen auf Stühlen hintereinander. Der hinterste sieht die beiden vorderen, der mittlere sieht nur den vordersten, und der vorderste sieht niemanden. Alle drei wissen, dass sie jeweils einen Hut aus der Garderobe eines Theaters aufgesetzt bekommen haben, und sie wissen, dass diese Garderobe fünf Hüte zur Verfügung stellt: zwei rote und drei schwarze.
Nun wird der hinterste Logiker gefragt, ob er seine Hutfarbe kenne. Er sagt NEIN. Dann wird der mittlere das gleiche gefragt. Auch er sagt NEIN. Schließlich wird der vorderste gefragt. Was antwortet er?

 Termin: 07/08.11.2016

Aufgabe 6

a) Formulieren Sie die folgenden Sätze in formaler mathematischer Sprache, das heißt ausschließlich mit Hilfe von mathematischen Zeichen:

i) Für alle Elemente x der Menge M existiert ein y aus der Menge N, so dass die Summe von x und y in der Vereinigung von M und N liegt.

ii) Für alle Elemente x der Menge A gibt es ein y aus der Menge B, so dass gilt: die Differenz von x und y ist fünf und das Produkt von x und y ist negativ.

iii) Die Menge L setzt sich aus allen natürlichen Zahlen zusammen, für die das Doppelte ihres Wertes kleiner als zehn oder das Dreifache ihres Wertes größer als zweihundert ist.

b) Gegeben sei die Menge $M = \{1, 2, \{a\}, \{3, 4, 5\}\}$. Welche der folgenden Objekte sind Elemente der Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$?

$$1, \quad 3, \quad a, \quad \{a\}, \quad \{1\}, \quad \{\{3,4\}\}, \quad \{2,5\}, \quad \{\{a\},\{3,4,5\}\}, \quad \{\{a\},\{3,4,5\},3\}.$$

Aufgabe 7 Die Mengen A, B, C seien Teilmengen der natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$. Die Bedingungen einer Teilaufgabe an die Mengen gelten auch für alle späteren Teilaufgaben.

(i) $A \cap B = \emptyset$ und für alle $n \in A \cup B$ gilt $n \leq 10$. Wieviele Elemente kann A maximal haben?

(ii) Alle $n \in C$ erfüllen $n \geq 5$ und die Anzahl von $A \cap C$ sei gleich der Anzahl von $B \cap C$. Wieviele Elemente kann $A \cap C$ maximal haben?

(iii) Seien $A = \{2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10\}$ und $C = \{5, 6\}$. Bestimmen Sie die Menge $M_B \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{N})$, die alle noch möglichen Mengen B enthält.

(iv) Wählen Sie ein $B \in M_B$. Bestimmen Sie für diese Wahl die Menge $B \times C$.

Aufgabe 8 [**Schriftliche Aufgabe 4 Punkte**] Seien L, M und N drei Mengen. Zeigen Sie durch logisches Schließen, dass

$$L \setminus (M \cup N) = (L \setminus M) \cap (L \setminus N)$$

gilt.