PD Dr. W.-P. Düll
Fachbereich Mathematik
Universität Stuttgart

Mathematik für Informatik und Softwaretechnik

Klausur **20. 02. 2015**

Klausur

für Studierende der Fachrichtungen
inf, swt

Bitte unbedingt beachten:

- Legen Sie Ihren Studentenausweis gut sichtbar vor sich auf den Tisch.
- Verwenden Sie **keinen Bleistift oder Rotstift.**
- **Taschenrechner, Mobiltelefone etc. sind nicht zugelassen.**
- Die **Bearbeitungszeit** beträgt **120 Minuten**.
- **Zugelassene Hilfsmittel:** 10 eigenhändig beschriebene DIN-A4 Seiten.
- Bei den **Aufgaben 1-5** sind alle Lösungswege und Begründungen anzugeben. Die Angabe von Endergebnissen allein genügt nicht!
- Verwenden Sie für Ihre Bearbeitungen separate Blätter und beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- Bitte beschriften Sie jeden Ihrer Zettel mit Namen und Matrikelnummer und Nummer der bearbeiteten Aufgabe.
- In dieser Klausur können bis zu **50 Punkte** erreicht werden.
- Nach der Klausur legen Sie bitte Ihre beschriebenen Blätter in den gefalteten Umschlagbogen hinein.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Aufgabe 1 (3 Punkte): Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + n \cdot (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.

Aufgabe 2 (3 Punkte): Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, für die folgende Ungleichung erfüllt ist:

$$\left|\frac{1}{x}\right| + \frac{5}{3x} \geq 8.$$

Aufgabe 3 (5 Punkte): Gegeben seien die folgenden Ebenen im Raum $\mathbb{R}^3$:

$$\begin{aligned} E_1 &= \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \;:\; 4x_1 - 10x_2 - x_3 = -28 \right\}, \\ E_2 &= \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \;:\; 4x_2 - 2x_3 = 8 \right\}, \\ E_3 &= \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \;:\; 2x_1 - 4x_2 - x_3 = -12 \right\}. \end{aligned}$$

Bestimmen Sie die Schnittmenge $E_1 \cap E_2 \cap E_3$.

Aufgabe 4 (2+2+3 Punkte):

a) Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge $\{b_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ mit

$$b_n = \frac{n(n-2)+1}{(4-3n)^2}.$$

b) Bestimmen Sie

$$\lim_{x\to 0} \frac{2x}{e^x - 1}.$$

c) Begründen Sie, ob die Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3n}{n^3 + n + 1}$$

konvergiert.

Aufgabe 5 (5+5 Punkte):

a) Bestimmen Sie die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenvektoren von $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

b) Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems:

$$Y'(t) = A\,Y(t), \quad Y(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 6 (2.5+3+3.5 Punkte):

a) Berechnen Sie:

$$\int x^2 \ln x \, \mathrm{d}x = \boxed{}$$

b) Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung:

$$\frac{x^2+1}{(x-1)^2\,(x+1)} = \boxed{}$$

c) Berechnen Sie :

$$\int \frac{x^2+1}{(x-1)^2\,(x+1)} \, \mathrm{d}x = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (3+2.5+7.5 Punkte): Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x,y)^T \mapsto y(x^3 - 3x) + y^2.$$

a) Bestimmen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix von f.

$$\nabla f(x,y) = \boxed{} \qquad Hf(x,y) = \boxed{}.$$

b) Geben Sie alle stationären Punkte von f an.

$$P_1 = \boxed{}, \quad P_2 = \boxed{}, \quad P_3 = \boxed{}, \quad P_4 = \boxed{} \quad P_5 = \boxed{}$$

c) Geben Sie für jeden stationären Punkt von f seinen Typ an, sowie auch ein mathematisches Kriterium (eine mathematische Begründung) für Ihre Entscheidung.

stationärer Punkt	Kriterium für den Typ	Typ
P_1		
P_2		
P_3		
P_4		
P_5		