Universität Stuttgart

PD Dr. Wolf-Patrick Düll
Insitut für Analysis, Dynamik
und Modellierung

Analysis 3
Vorlesung im Wintersemester 2017/2018

Übungsblatt 1

Aufgabe 1.1 (schriftlich, 4 Punkte)

a) Berechnen Sie das Integral

$$\int_Q \frac{x^2 + e^y}{z+1}\, dxdydz, \qquad Q = [-1,2] \times [0,1] \times [0, e-1]\,.$$

Anmerkung: Die Integrationsvariablen $dxdydz$ stehen hier für die Variablen $dx_1dx_2dx_3$, wie sie in der Vorlesung definiert wurden.

b) Sei Q ein Quader und seien $f, g : Q \to \mathbb{R}$ Riemann-integrierbar. Zeigen Sie, dass dann für alle $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ auch die Funktionen $\alpha f + \beta g$ Riemann-integrierbar sind und die Linearität

$$\int_Q (\alpha f + \beta g)(x)\, dx \;=\; \alpha \int_Q f(x)\, dx + \beta \int_Q g(x)\, dx.$$

gilt.

Aufgabe 1.2 Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int_Q \cos(x+y)\; dxdy, \quad Q = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \pi]\,,$

b) $\int_Q \ln(x) + y^2 e^z\; dxdydz, \quad Q = [1,2]^3\,.$

Aufgabe 1.3 Zeigen Sie, dass für einen Quader Q eine beschränkte Funktion $f : Q \to \mathbb{R}$ genau dann Riemann-integrierbar ist, wenn zu jedem $\varepsilon > 0$ eine Zerlegung $\mathcal{Z}$ von Q existiert mit

$$O_f(\mathcal{Z}) - U_f(\mathcal{Z}) < \varepsilon.$$

Universität Stuttgart

PD Dr. Wolf-Patrick Düll
Insitut für Analysis, Dynamik
und Modellierung

Aufgabe 1.4 Seien die Funktionen $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ und $g : [c, d] \to \mathbb{R}$ Riemann-integrierbar und $Q = [a, b] \times [c, d]$ ein Quader. Zeigen Sie, dass die Funktion $h = f \cdot g : Q \to \mathbb{R}$ Riemann-integrierbar ist und

$$\int_Q f(x) \cdot g(y)\, dxdy \;=\; \int_a^b f(x)\, dx \;\cdot\; \int_c^d g(y)\, dy.$$

gilt.

Besprechung der Votieraufgaben in den Übungen am
Freitag, den 27.10.2017 .
Die schriftlichen Aufgaben werden in der darauffolgenden Übung besprochen.