

Analysis 3
Vorlesung im Wintersemester 2017/2018

Übungsblatt 1

Aufgabe 1.1 (schriftlich, 4 Punkte)

- a) Berechnen Sie das Integral

$$\int_Q \frac{x^2 + e^y}{z + 1} dx dy dz, \quad Q = [-1, 2] \times [0, 1] \times [0, e - 1].$$

Anmerkung: Die Integrationsvariablen $dx dy dz$ stehen hier für die Variablen $dx_1 dx_2 dx_3$, wie sie in der Vorlesung definiert wurden.

- b) Sei Q ein Quader und seien $f, g : Q \rightarrow \mathbb{R}$ Riemann-integrierbar. Zeigen Sie, dass dann für alle $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ auch die Funktionen $\alpha f + \beta g$ Riemann-integrierbar sind und die Linearität

$$\int_Q (\alpha f + \beta g)(x) dx = \alpha \int_Q f(x) dx + \beta \int_Q g(x) dx.$$

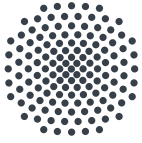
gilt.

Aufgabe 1.2 Berechnen Sie die folgenden Integrale:

- a) $\int_Q \cos(x + y) dx dy, \quad Q = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \pi],$
b) $\int_Q \ln(x) + y^2 e^z dx dy dz, \quad Q = [1, 2]^3.$

Aufgabe 1.3 Zeigen Sie, dass für einen Quader Q eine beschränkte Funktion $f : Q \rightarrow \mathbb{R}$ genau dann Riemann-integrierbar ist, wenn zu jedem $\varepsilon > 0$ eine Zerlegung \mathcal{Z} von Q existiert mit

$$O_f(\mathcal{Z}) - U_f(\mathcal{Z}) < \varepsilon.$$



Aufgabe 1.4 Seien die Funktionen $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ und $g : [c, d] \rightarrow \mathbb{R}$ Riemann-integrierbar und $Q = [a, b] \times [c, d]$ ein Quader. Zeigen Sie, dass die Funktion $h = f \cdot g : Q \rightarrow \mathbb{R}$ Riemann-integrierbar ist und

$$\int_Q f(x) \cdot g(y) \, dx dy = \int_a^b f(x) \, dx \cdot \int_c^d g(y) \, dy.$$

gilt.

Besprechung der Votieraufgaben in den Übungen am
Freitag, den 27.10.2017.

Die schriftlichen Aufgaben werden in der darauffolgenden Übung besprochen.