Universität Stuttgart

PD Dr. Wolf-Patrick Düll
Insitut für Analysis, Dynamik
und Modellierung

Analysis 3
Vorlesung im Wintersemester 2017/2018

Vortragsübungsblatt 4

Aufgabe 4.1 Überprüfen Sie für jede der folgenden Mengen, ob es sich um eine Untermannigfaltigkeit im $\mathbb{R}^2$ bzw. $\mathbb{R}^3$ handelt.

(a) $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2\} \subset \mathbb{R}^2$

(b) $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x = y \text{ oder } x = -y\} \subset \mathbb{R}^2$

(c) $M = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : y = x^2 = \frac{z}{2}\} \subset \mathbb{R}^3$

(d) $M = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = 0 \text{ oder } x = y = z\} \subset \mathbb{R}^3$

(e) $M = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = 4x^2 - 2y^3\} \subset \mathbb{R}^3$

Aufgabe 4.2 Die 1-Sphäre $S^1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\} \subset \mathbb{R}^2$ definiert eine eindimensionale C^∞-Mannigfaltigkeit im $\mathbb{R}^2$. Geben Sie zwei verschiedene Atlanten für S^1 an.

Aufgabe 4.3 Sei $D \subset \mathbb{R}^n$ offen und $f : D \to \mathbb{R}$ eine C^k-Abbildung. Der Graph von f,

$$\Gamma(f) = \{(x, f(x)) \in \mathbb{R}^{n+1} : x \in D\} \subset \mathbb{R}^{n+1},$$

definiert eine n-dimensionale C^k-Mannigfaltigkeit im $\mathbb{R}^{n+1}$. Geben Sie eine Basis des Tangentialraums sowie eine Basis des Normalraums im Punkt $p \in \Gamma(f)$ an.

Alle Aufgaben auf diesem Blatt werden am
Mittwoch, den 22.11.2017 (17.30–19.00 Uhr in V57.02)
in der Vortragsübung besprochen.