



Analysis 3  
Vorlesung im Wintersemester 2017/2018

## Vortragsübungsblatt 10

**Aufgabe 10.1** Verwenden Sie einen Potenzreihenansatz  $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  um die allgemeine Lösung der nachstehenden Differentialgleichung zu finden.

$$y'(x) + xy(x) = 0$$

**Aufgabe 10.2** Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme und geben Sie jeweils das maximale Lösungsintervall an.

(a)  $y' = \left(\frac{1+x}{1-x}\right)y$  mit  $y(0) = 1$ ,

(b)  $y' = \frac{y^2+1}{2xy}$  mit  $y(1) = 1$ .

*Zusatz:* Skizzieren Sie die entsprechenden Richtungsfelder (die Definition des Richtungsfeldes finden Sie im Kurzsript unter Bemerkung 10.3).

**Aufgabe 10.3** Wir betrachten die inhomogene Differentialgleichung

$$v'(t) + av(t) = b, \quad a, b > 0,$$

für die Funktion  $v(t)$ . Geben Sie die Lösung des Anfangswertproblems mit  $v(0) = 0$  an. Wie verhält sich  $v(t)$  für  $t \rightarrow \infty$ ?

*Bemerkung:* Obige Gleichung beschreibt die Geschwindigkeit  $v$  einer Kugel (in Abhängigkeit der Zeit  $t$ ) während einer Fallbewegung in einer zähen Flüssigkeit. Durch Integration von  $v(t)$  kommt man auf das Weg-Zeit-Gesetz:  $s(t) = \int_0^t v(r) dr$ .

*Zusatzfrage für Interessierte:* Was ist der physikalische Grund für die Asymptotik von  $v(t)$  für  $t \rightarrow \infty$ ?

**Aufgabe 10.4** Ein Stromkreis mit einem zeitabhängigen ohmschen Widerstand werde durch die Differentialgleichung

$$\frac{dI(t)}{dt} + 2 \sin(t)I(t) = \sin(2t)$$

beschrieben. Geben Sie den zeitlichen Verlauf der Stromstärke  $I(t)$  für den Anfangswert  $I(0) = 0$  an.

Alle Aufgaben auf diesem Blatt werden am  
**Mittwoch (17.30h), den 17.01.2018**  
in der Vortragsübung besprochen.