



Analysis 3

Vorlesung im Wintersemester 2017/2018

Vortragsübungsblatt 11

Aufgabe 11.1 (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von

$$u^{(5)} + 4u^{(4)} + 2u^{(3)} - 4u^{(2)} + 8u^{(1)} + 16u = 0,$$

wobei $u^{(n)}$ die n -te Ableitung der Funktion $u(x)$ bezeichnet.

(b) Bestimmen Sie jeweils die allgemeine Lösung der folgenden Gleichungen.

$$(i) \quad u'' - 4u' + 4u = 3xe^x,$$

$$(ii) \quad u'' - 4u' + 4u = 3xe^{2x},$$

$$(iii) \quad u'' - 4u' + 4u = 3x^2e^{2x}.$$

Aufgabe 11.2 Berechnen Sie jeweils die Jordannormalform der folgenden Matrizen.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 11.3 Betrachten Sie die Gleichungen

$$y' = Ay, \quad y' = By, \quad y' = Cy,$$

mit Matrizen A, B, C wie in Aufgabe 11.2. Bestimmen Sie die jeweilige Lösung zum Anfangswert $y(0) = (1, 1, 1)^T$.

Aufgabe 11.4 Bestimmen Sie die allgemeine (reellwertige) Lösung der Differentialgleichung

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}.$$

Hinweis: Verwenden Sie Korollar 11.19 (b) aus dem Kurzschrift, um ein reellwertiges Fundamentalsystem zur angegebenen Matrix zu erhalten.

Alle Aufgaben auf diesem Blatt werden am
Dienstag, den 23.01.2018
in der Vortragsübung besprochen.