**Satz über implizite Funktionen:**
Seien $D_x \subseteq \mathbb{R}^d, D_y \subseteq \mathbb{R}^m$ offen und

1. $F \in C^1(D_x \times D_y \to \mathbb{R}^m)$ und
2. $(x_0, y_0) \in D_x \times D_y$ mit $F(x_0, y_0) = 0$ und
3. Die $m \times m$-Matrix $\partial_y F(x_0, y_0)$ ist invertierbar.

Dann existieren $\delta_0, \varepsilon_0 > 0$, so dass

$$\forall x \in B_{\delta_0}(x_0)\ \exists! \varphi(x) \in B_{\varepsilon_0}(y_0) : F\Big(x, \varphi(x)\Big) = 0.$$

und $\varphi \in C^1\Big(B_{\delta_0}(x_0) \to \mathbb{R}^m\Big)$.

Bisher bewiesen: Existenz, Eindeutigkeit und Stetigkeit von $\varphi : B_{\delta_2}(x_0) \to B_{\varepsilon_1}(y_0)$.