Hauptsatz über lokale Existenz: Seien $d \in \mathbb{N}$, $(x_0, y_0) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^d$, $a, b > 0$, $f \in C(Q \to \mathbb{R}^d)$ mit

$$Q := \{(x,y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}^d : |x-x_0| \le a \wedge \|y-y_0\|_\infty \le b\},$$

und f genüge einer Lipschitz-Bedingung

$$\exists L > 0\ \forall (x,y), (x,\tilde{y}) \in Q :$$
$$\|f(x,y) - f(x,\tilde{y})\|_\infty < L\|y - \tilde{y}\|_\infty.$$

Ferner seien

$$\begin{aligned} K &:= \max\{\|f(x,y)\|_\infty : (x,y) \in Q\} > 0, \\ \alpha &:= \min\Big\{a, \frac{b}{K}\Big\}. \end{aligned}$$

Dann besitzt das Anfangswertproblem

$$y' = f(x,y) \ \wedge \ y(x_0) = y_0 \qquad \text{(AWP)}$$

eine eindeutige lokale Lösung

$$y \in C^1([x_0 - \alpha, x_0 + \alpha] \to \mathbb{R}^d).$$