Dr. Björn de Rijk
Jonas Brinker M.Sc.
Insitut für Analysis, Dynamik und Modellierung

Funktionalanalysis (WS 2018/19)

Schriftliche Aufgabe 1

(a) Sei $(X, \|\cdot\|)$ ein unendlich dimensionaler Banachraum. Beweise Sie, dass X keine abzählbare Basis haben kann.

Hinweis: Verwenden Sie den Satz von Baire.

(b) Sei $\mathcal{P}$ der $\mathbb{R}$-Vektorraum $\{p \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R} \mid p \text{ ist eine Polynomfunktion}\}$ und $\|\cdot\|$ eine Norm auf $\mathcal{P}$. Zeigen Sie, dass $(\mathcal{P}, \|\cdot\|)$ nicht vollständig ist.

(c) Zeigen Sie, dass nicht alle Normen auf $\mathcal{P}$ äquivalent sind.

(d) Sei X ein $\mathbb{F}$-Vektorraum und $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$ zwei Normen auf X, die nicht äquivalent sind.

Beweisen Sie, dass eine Menge $K \subset X$ existiert, so dass K nur bezüglich einer der beiden Normen kompakt ist.

Die Lösungen zu dieser Aufgabe sind am

Mittwoch, den 7.11.2018

in der Gruppenübung einzureichen.