



Vortragsübung 2

Aufgabe 1 Substitutionsregel rückwärts

Berechnen Sie die folgenden Integrale.

$$a) \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad \text{für } |x| < 1, \quad b) \int \sqrt{x^2-1} dx \quad \text{für } x \geq 1.$$

Aufgabe 2 Partialbruchzerlegung

- a) Wie lautet der Ansatz für die Partialbruchzerlegung der folgenden rationalen Ausdrücke in x ? Eine Bestimmung der Koeffizienten ist nicht verlangt.

$$i) \frac{1}{x^4-16}, \quad ii) \frac{x^3-x}{x^2-4x+4}, \quad iii) \frac{x^4-2x^3+x-1}{x^2(x-1)^3}.$$

- b) Die rationale Funktion

$$r(x) = \frac{5x^3 + 3x^2 + 7x - 6}{x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 8x + 4}$$

hat bei -1 eine doppelte und bei $2i$ eine einfache Polstelle.
Berechnen Sie das Integral

$$\int r(x) dx \quad \text{für } x > -1$$

mithilfe der Partialbruchzerlegung.

Aufgabe 3 Uneigentliche Integrale

- a) Entscheiden Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale existieren. Geben Sie im Falle der Existenz ihren Wert an.

$$i) \int_0^{\infty} x e^{-x} dx, \quad ii) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan(x) dx.$$

- b) Untersuchen Sie die folgenden Integrale auf Konvergenz.

$$i) \int_3^{\infty} \frac{\cos(3x)}{x^3} dx, \quad ii) \int_0^9 \frac{e^x}{x^{3/2}} dx, \quad iii) \int_0^1 \frac{\sin(x)}{x^{5/4}} dx.$$

Hinweis: Verwenden Sie die Konvergenzkriterien für uneigentliche Integrale.