



## Gruppenübung 01

Alle Aufgaben auf Blatt 1 sind Votieraufgaben, die am 23.10.2017 in den Übungsgruppen besprochen werden. Beantworten Sie die Aufgaben *ohne Benutzung des Taschenrechners*.

### Aufgabe 1 (Rechenfähigkeit)

i. Eine der folgenden Aussagen ist falsch. Welche?

a.  $\frac{5}{2^{-3}} = 40$    b.  $64^{\frac{2}{3}} = 16$    c.  $\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = 5$    d.  $\sqrt{\frac{1}{11}} = \frac{1}{11}\sqrt{11}$

ii. Der Ausdruck  $\sqrt[3]{a}\sqrt[5]{a}$  ist gleich

a.  $\sqrt[15]{a}$    b.  $\sqrt[8]{a}$    c.  $\sqrt[8]{a^2}$    d.  $\sqrt[15]{a^8}$

iii. Welche der folgenden Zahlen ist die größte?

a.  $\sqrt{2}$    b.  $\sqrt[3]{4}$    c.  $\sqrt[4]{8}$    d.  $\sqrt[5]{16}$

iv. Der Ausdruck  $\frac{a}{2-a} + \frac{a}{2+a}$  ist gleich

a.  $\frac{4a}{4-a^2}$    b.  $\frac{2a^2}{a^2-4}$    c.  $\frac{2a^2}{4-a^2}$    d.  $\frac{4a}{a^2-4}$

v. Der Ausdruck  $(\sqrt{11} - \sqrt{7})^2 - (\sqrt{11} + \sqrt{7})^2$  ist gleich

a. 0   b.  $36 - 4\sqrt{77}$    c. -14   d.  $-4\sqrt{77}$

vi. Der Ausdruck  $\frac{\ln(\sqrt{e}\sqrt{e})}{\ln(\sqrt{e})}$  ist gleich

a.  $\sqrt{e}$    b.  $\frac{1}{2}$    c.  $\frac{3}{2}$    d.  $\frac{1}{4}$

vii. Der Ausdruck  $\ln(e^5 - e^3)$  ist gleich

a. 2   b.  $\frac{5}{3}$    c.  $3 + \ln(e^2 - 1)$    d.  $3 - \ln(e^2 - 1)$

viii. Der Ausdruck  $7^{\log_{49} 3}$  ist gleich

a.  $\log_7 9$    b.  $\sqrt{3}$    c.  $\log_7(\sqrt{3})$    d. 9

## Aufgabe 2 (Gleichungen)

i. Gegeben seien die folgenden linearen Gleichungssysteme

$$(a) \quad x + y = 6, \quad 2x + 2y = 12, \quad (b) \quad 3x + y = 6, \quad 6x + 2y = 10, \\ (c) \quad 2x + 3y = 5, \quad x + y = 4, \quad (d) \quad x + y + z = 5, \quad 2x + 4y = 10, \quad 4y + z = 11.$$

Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- a. Gleichungssystem (a) hat keine Lösung.
- b. Gleichungssystem (b) hat nur eine Lösung.
- c. Gleichungssystem (c) hat die Lösung  $(x, y) = (7, -3)$ .
- d. Gleichungssystem (d) hat drei Lösungen.

ii. Wenn  $3 \ln(y) = x^3 + \ln(8)$ , dann ist  $y$  gleich

$$a. 2e^x \quad b. 8e^{\frac{1}{3}x^3} \quad c. \frac{8}{3}e^{\frac{1}{3}x^3} \quad d. 2e^{\frac{1}{3}x^3}$$

iii. Gesucht sind die reellen Lösungen der zwei Gleichungen:

$$\text{I } \ln(x^2) = 4,$$

$$\text{II } \ln^2(x) = 4.$$

Eine Studierende löst die Gleichungen wie folgt:

$$\text{I } \ln(x^2) = 4 \rightarrow 2 \ln(x) = 4 \rightarrow \ln(x) = 2 \rightarrow x = e^2,$$

$$\text{II } \ln^2(x) = 4 \rightarrow \ln(x) = 2 \rightarrow x = e^2.$$

Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- a. Nur Lösung I ist vollständig.
- b. Nur Lösung II ist vollständig.
- c. Beide Lösungen sind vollständig.
- d. Keine der Lösungen ist vollständig.

iv. Die Gleichung  $2x + 1 = \sqrt{x^2 + 5}$  hat

- a. Nur eine reelle Lösung  $x_1$ . Es gilt  $x_1 > 1$ .
- b. Keine reelle Lösungen.
- c. Nur eine reelle Lösung  $x_1$ . Es gilt  $0 < x_1 < 1$ .
- d. Zwei reelle Lösungen.

## Aufgabe 3 (Funktionen)

i. Wieviele reelle Nullstellen hat die Funktion  $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x$ ?

$$a. 3 \quad b. 2 \quad c. 1 \quad d. 0$$

ii. Wenn  $f(x) = x^2$  und  $g(x) = 1 + x$ , dann ist  $f(g(x))$  gleich

$$a. 1 + x^2 \quad b. (1 + x)^2 \quad c. x^2(1 + x) \quad d. x^2 + (1 + x)$$

iii. Wenn  $h(x) = f(g(x))$ , dann ist  $h'(x)$  gleich

$$a. f'(g(x)) \cdot x \quad b. f'(g(x)) \cdot g'(x) \\ c. f'(g(x)) + f'(g'(x)) \quad d. f'(g(x)) \cdot g(x) + f'(g'(x)) \cdot g'(x)$$

iv. Wenn  $y = \sqrt[3]{x^3 + 8}$ , dann ist die Ableitung  $y'$  gleich

a.  $\frac{3x^2}{2\sqrt[3]{x^3 + 8}}$    b.  $\frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3 + 8)^2}}$    c. 1   d.  $\frac{1}{3\sqrt[3]{(x^3 + 8)^2}}$

v. Gegeben seien die folgenden Funktionen

$$a(x) = 6x + 7, \quad b(x) = x^3 + 7x^2, \\ c(x) = \exp(-x), \quad d(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}.$$

Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- a. Die Ableitung von  $a$  ist eine konstante Funktion.
- b. Die Funktion  $b$  nimmt bei  $x = -\frac{14}{3}$  ein Minimum an.
- c. Die Ableitung von  $c$  ist eine Stammfunktion von  $c$ .
- d. Die Ableitung von  $d$  ist  $f(x) = (1 + x^2)^{-\frac{3}{2}}$ .

vi. Gegeben seien die Funktionen  $a, b, c, d$  von Teilaufgabe v. Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- a. Jede Stammfunktion von  $a$  ist eine quadratische Funktion.
- b. Es gibt eine Stammfunktion von  $b$ , die überall positiv ist.
- c. Die Funktion  $c$  ist monoton steigend.
- d. Eine Stammfunktion von  $d$  ist  $f(x) = 1 + \sqrt{1 + x^2}$ .