



## Gruppenübung 06

### Aufgabe 1 (Geraden und Ebenen)

Gegeben seien die Geraden

$$g : \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

und

$$h : \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mu \in \mathbb{R}.$$

- Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Ebene  $E$ , welche die Gerade  $g$  enthält und parallel zu  $h$  ist. Bestimmen Sie außerdem die Hessesche Normalform von  $E$ .
- Bestimmen Sie den Abstand des Ursprungs  $O$  von der Ebene  $E$  sowie den Punkt  $P$  auf  $E$  mit minimalem Abstand zum Ursprung. Bestimmen Sie außerdem den Spiegelpunkt  $S$  von  $O$  an  $E$ .
- Bestimmen Sie den Abstand des Punktes  $P$  von der Geraden  $g$  sowie den Punkt  $Q$  auf  $g$  mit minimalem Abstand zu  $P$ .

### Aufgabe 2 (Geraden und Ebenen, Schnitte)

Gegeben seien der Punkt  $P = (0, 1, 2)$  und die Gerade

$$g : \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

- Geben Sie eine Parameterform und die Hessesche Normalform der Ebene  $E$  an, in welcher  $g$  und  $P$  liegen.
- Gegeben sei die Ebene  $\tilde{E} : x_1 - \frac{1}{2}x_2 + \frac{3}{2}x_3 = 1$ . Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung von  $\tilde{E}$ .
- Bestimmen Sie den Schnittpunkt sowie den Schnittwinkel von  $g$  und  $\tilde{E}$ .

### Aufgabe 3 (Geraden und Ebenen, Schnitte)

- a) Gegeben seien die Punkte

$$A = (10, 0, 0), \quad B = (0, 10, 0), \quad C = (0, 0, 10), \quad D = (1, 4, 5).$$

Sei  $g$  die Gerade, welche durch die Punkte  $A$  und  $B$  geht, und  $h$  die Gerade durch die Punkte  $C$  und  $D$ . Untersuchen Sie, ob die Geraden  $g$  und  $h$  parallel sind, windschief sind oder sich schneiden, und bestimmen Sie gegebenenfalls alle Punkte, die auf beiden Geraden liegen.

- b) Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung sowie die Hessesche Normalform der Ebene  $E$ , in der die Gerade  $g$  und der Punkt  $C$  liegen. Untersuchen Sie, ob auch der Punkt  $D$  in  $E$  liegt.

- c) Gegeben sei die Ebene

$$F : 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 35.$$

Weisen Sie nach, dass sich die Ebenen  $E$  und  $F$  schneiden, und bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Schnittgeraden von  $E$  und  $F$ .

### Aufgabe 4 [Schriftliche Aufgabe (4 Punkte)]

Gegeben seien im  $\mathbb{R}^3$  die Punkte

$$A = (0, 1, 3), \quad B = (1, 2, 3), \quad C = (1, 3, 5).$$

- a) Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung sowie die Hessesche Normalform der Ebene  $E$ , in der die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  liegen.
- b) Berechnen Sie den Abstand  $d$  des Punktes  $P = (4, 4, 4)$  von der Ebene  $E$ . Liegen  $P$  und der Ursprung  $O = (0, 0, 0)$  auf verschiedenen Seiten der Ebene  $E$ ?