

Vortragsübung 3

Aufgabe 1 Orthogonalität von Vektoren

- a) Bestimmen Sie einen Vektor in $\mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$, der auf den Vektoren

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

senkrecht steht.

- b) Bestimmen Sie einen Vektor in $\mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$ mit Betrag $2\sqrt{45}$, der auf den Vektoren A und B senkrecht steht.
- c) Bestimmen Sie einen Vektor in $\mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$ mit Betrag 1, der auf den Vektoren A und B senkrecht steht.
- d) Bestimmen Sie einen Vektor in $\mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$, der auf dem Vektor

$$C = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

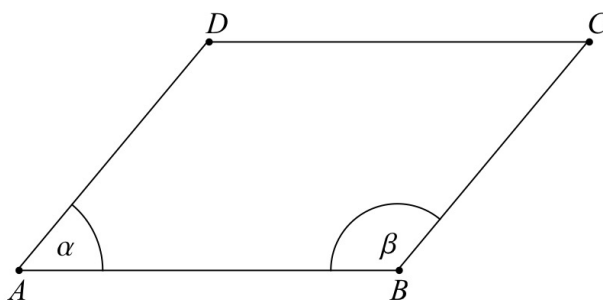
senkrecht steht.

- e) Für welche Werte von $\alpha \in \mathbb{R}$ stehen die Vektoren

$$D = \begin{pmatrix} -4 - 3\alpha \\ \alpha \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad E = \begin{pmatrix} 4 \\ 2\alpha \\ 2 \end{pmatrix}$$

senkrecht aufeinander?

Aufgabe 2 Geometrie im dreidimensionalen Raum



Im \mathbb{R}^3 seien die Punkte $A = (-5, 1, -1)$, $B = (-3, 1, -2)$ und $C = (-3, 5, -4)$ gegeben.

- Geben Sie die Koordinaten des Punktes D an, so dass A , B , C und D ein Parallelogramm mit den Seiten AB , BC , CD und DA bilden.
- Berechnen Sie den Abstand $d(A, D)$ von A zu D , den Flächeninhalt des Parallelogramms sowie die Werte $\cos(\alpha)$ und $\cos(\beta)$.
- Gegeben sei das Dreieck Δ in \mathbb{R}^3 mit den Eckpunkten A , B und C . Bestimmen Sie den Flächeninhalt von Δ .

Aufgabe 3 Lineare Gleichungssysteme

Transformieren Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}x_2 + 4x_3 - x_4 &= 2 \\x_1 + 2x_2 + 3x_4 &= 1 \\2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 &= 3\end{aligned}$$

auf Zeilenstufenform und bestimmen Sie die allgemeine Lösung $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^\top$.