# Vortragsübung 4

**Aufgabe 1** *Parameterdarstellung, Hessesche Normalform*

a) Die Punkte $A = (1, 0, 4)$, $B = (2, 2, 2)$, und $C = (1, -1, 0)$ definieren eine Ebene $E_1$ in $\mathbb{R}^3$. Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung und die Hessesche Normalform der Ebene $E_1$.

b) Gegeben seien der Punkt $P = (1, 0, 1)$ und die Gerade

$$g : \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie die Hessesche Normalform der Ebene $E_2$, welche den Punkt $P$ enthält und senkrecht zur Geraden $g$ ist.

**Aufgabe 2** *Abstand eines Punktes von einer Ebene*
Gegeben sei die Ebene $E : -x_2 + 2x_3 = 2x_1 - 9$.

a) Bestimmen Sie die Hessesche Normalform der Ebene $E$.

b) Bestimmen Sie den Abstand des Ursprungs $O$ von der Ebene $E$.

c) Bestimmen sie den Abstand des Punktes $P = (0, -1, 4)$ von der Ebene $E$, sowie den Punkt $Q$ auf $E$, mit minimalem Abstand zum Punkt $P$.

**Aufgabe 3** *Schnitt zweier Ebenen: Schnittwinkel und Schnittgerade*
Gegeben seien die Ebenen

$$E_1 : -x + 2y + 2z = 0 \quad \text{und} \quad E_2 : x + y + 4z = 3.$$

a) Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Ebene $E_2$.

b) Bestimmen Sie den Schnittwinkel und die Schnittgerade der Ebenen $E_1$ und $E_2$.

**Aufgabe 4** *Schnitt zweier Geraden*
Gegeben sei die Gerade

$$g: \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie alle $t \in \mathbb{R}$, so dass die Gerade

$$h_t: \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t^2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 2t+2 \\ 2t \end{pmatrix}, \quad \mu \in \mathbb{R}$$

genau einen gemeinsamen Punkt mit $g$ hat.