



Vortragsübung 6

Aufgabe 1 Ungleichungen

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden, reellen Ungleichung:

$$\frac{1}{1 - |x - 2|} < 3, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{1, 3\}.$$

Aufgabe 2 Ordnungsaxiome

Sei $a \in \mathbb{R}$. Beweisen Sie mit Hilfe der Ordnungsaxiome die folgenden Ungleichungen:

- a) $a \neq 0 \implies a^2 := aa > 0$,
- b) $1 > 0$.

Geben Sie jeweils die verwendeten Axiome an.

Aufgabe 3 Äquivalenzrelationen

Weisen Sie nach, dass

$$a \sim b \stackrel{\text{def}}{\iff} a \text{ teilt } b,$$

keine Äquivalenzrelation auf \mathbb{N} ist.

Aufgabe 4 Injektivität, Surjektivität, Bijektivität

- a) Sei M eine endliche Menge und $f : M \rightarrow M$ eine Abbildung. Zeigen Sie, dass dann folgende Eigenschaften äquivalent sind:
 - (i) f ist injektiv,
 - (ii) f ist surjektiv,
 - (iii) f ist bijektiv.
- b) Prüfen Sie die folgenden Abbildungen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität:

(i) $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$, $\begin{array}{c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline f(x) & 3 & 4 & 1 & 2 \end{array}$,

(ii) $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\begin{array}{c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline f(x) & 3 & 4 & 1 & 2 \end{array}$,

(iii) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (3x + y, -x + y)$,

(iv) $f : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $x \mapsto \sin(x)$.