Prof. Dr. G. Schneider, Dr. B. de Rijk,
Nicole Gauß M.Sc., Daniela Maier M.Sc.

Vortragsübung 7

Aufgabe 1 *Supremum, Infimum, Maximum und Minimum*
Betrachten Sie folgende Teilmengen. Geben Sie nach Möglichkeit die Suprema und Infima sowie Maxima und Minima an.

a) $A = (-1, 2] \cup [5, \infty) \subseteq \mathbb{R}$, b) $B = \left\{x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 2\right\} \subseteq \mathbb{R}$,

c) $C = \left\{x \in \mathbb{Q} : x^2 \leq 2\right\} \subseteq \mathbb{Q}$, d) $D = \left\{n \in \mathbb{N} : \dfrac{2n+1}{n+1}\right\} \subseteq \mathbb{Q}$.

Aufgabe 2 *Beweisaufgabe*
Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Das Produkt einer konvergenten Folge und einer beschränkten Folge ist ebenfalls konvergent.

(b) Das Produkt einer konvergenten Folge und einer beschränkten Folge ist beschränkt.

(c) Das Produkt einer beliebigen Folge mit einer Nullfolge ist beschränkt.

Aufgabe 3 *Folgen und Konvergenz*
Untersuchen Sie die nachstehenden Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ auf Konvergenz und berechnen Sie gegebenfalls ihre Grenzwerte:

a) $a_n = \left(\dfrac{n^2+3n-2}{-2n^2+2n-6}\right)^{1234}$, b) $a_n = \dfrac{9n^3 - 17\sqrt{n^7}}{20+3n^3}$,

c) $a_n = (-1)^n \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)$, d) $a_n = n\left(\sqrt{1+\dfrac{1}{n}} - 1\right)$,

e) $a_n = \dfrac{2^n - 1}{n^2 + 3^n}$.

Aufgabe 4 *Folgen und Konvergenz*
Bestimmen Sie für die nachstehende Folge mit Hilfe der Grenzwertsätze den Grenzwert und weisen Sie anschließend nochmals die Konvergenz anhand der $\varepsilon - N(\varepsilon)-$Definition nach.

$$\left(\frac{2n^2-3}{3n^2+2n-1}\right)_{n\in\mathbb{N}}.$$