



Vortragsübung 12

Aufgabe 1 Konvergenzradien

Bestimmen Sie die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen.

$$\sum_{k=0}^{\infty} k^5 5^k x^k, \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{b^{k^2}} x^k, \quad \text{mit } b > 1.$$

Aufgabe 2 Potenzreihen

Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2^n + 1)}{n} \left(x - \frac{1}{2}\right)^n$$

Aufgabe 3 Taylorreihen I

i) Bestimmen Sie die Taylorreihe von

$$f(x) = \ln(x)$$

um $x_0 = 1$ und bestimmen Sie ihren Konvergenzradius.

ii) Bestimmen Sie die Taylorreihe von

$$g(x) = \sinh^2(x)$$

um $x_0 = 0$ und bestimmen Sie damit die Taylorreihe von

$$h(x) = \sinh(x) \cosh(x).$$

um $x_0 = 0$.

Aufgabe 4 Taylorreihen II

Zeigen Sie, dass die Taylorreihe der Funktion

$$f(x) = \frac{e^x}{1-x}, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}.$$

um $x_0 = 0$ gegeben ist durch $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ mit Koeffizienten

$$a_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}.$$