Errata

Kimmerle–Stroppel: Analysis

1. Auflage (korrigierter Nachdruck, 2007) ISBN 3-936413-21-5
Stand: 9.12.2018

Leider haben sich auch im korrigierten Nachdruck noch Fehler gefunden.

Die folgenden Fehler sind im 2. korrigierten Nachdruck der ersten Auflage (2008) bereits korrigiert. Errata des 2. Nachdrucks finden Sie unter info.mathematik.uni-stuttgart.de/HM-Stroppel-Material/errata-analysis-1-2.pdf

1.11.3 (S. 54 f): An mehreren Stellen sollte es $U_\delta(x_0)$ heißen (statt U_δ)

2.3.4 (S. 98): Es sollte heißen
... für $y_0 = \tan x_0$ (statt $y_0 = \arctan x_0$)
... für $y_0 = \exp x_0$ (statt $y_0 = \ln x_0$).

Beweis von 2.4.2 (S. 100): Es liege etwa in x_0 ein lokales Minimum vor. Dann gibt es also $U_\epsilon(x_0)$ derart, dass für alle $x \in U_\epsilon(x_0)$ gilt: $f(x) \geq f(x_0)$ (statt $f(x) \leq f(x_0)$).

2.7.2 (S. 117): bei x_0 ein lokales Maximum, bei x_1 ein lokales Minimum (statt bei x_0 ein lokales Minimum, bei x_1 ein lokales Maximum).

3.5.6 (S. 144): Im Beweis ist an zwei Stellen der Funktionsname f durch q zu ersetzen.

3.9.2 (S. 162): Die Verfeinerung F_{n+1} erhalten wir aus $F_{n+1} = \frac{1}{2}(F_n + M_n)$ mit

$$\begin{aligned} M_n &:= h_n \sum_{k=1}^{2^{n+1}} f\left(a + \tfrac{2k-1}{2} h_n\right) \\ &= h_n \left(f\left(a + \tfrac{1}{2} h_n\right) + f\left(a + \tfrac{3}{2} h_n\right) + \cdots + f\left(a + \tfrac{2^{n+2}-1}{2} h_n\right)\right) \end{aligned}$$

(statt $a + \frac{2^{n+1}-1}{2} h_n$ im letzten Argument für f).

3.9.3 (S. 163): ... derart, dass g_j und f an den Stellen

$$a + (j-1)\,h\,, \quad a + \frac{2\,j-1}{2}\,h \quad \text{und} \quad a + j\,h$$

übereinstimmen (statt $a + \frac{2\,j+1}{2}\,h$).

4.7.3 (S. 204): *Beweis der Eindeutigkeit der linearen Approximation*
Wir setzen $d_M(x) := f(x) - f(a) - M\,(x-a)$ und berechnen

$$(A-B)\,(x-a) = A\,(x-a) - B\,(x-a) = d_B(x) - d_A(x)$$

(statt $d_A(x) - d_B(x)$).

4.8.1 (S. 206): $\operatorname{grad}(f\,g)(a) = g(a)\,\operatorname{grad} f(a) + f(a)\,\operatorname{grad} g(a)$
(statt $\operatorname{grad}(f\,g) = g(a)\,\operatorname{grad} f(a) + f(a)\,\operatorname{grad} g(a)$).

5.3.15 (S. 230): $\displaystyle\oint_{K_1} g(x) \bullet \mathrm{d}\,x \;=\; \int_0^{2\,\pi} g(C(t)) \bullet C'(t)\,\mathrm{d}\,t \;=\; \int_0^{2\,\pi} 1\,\mathrm{d}\,t \;=\; 2\,\pi$
(statt „$\mathrm{d}\,x$“ muss „$\mathrm{d}\,t$“ im zweiten Integral stehen).

5.3.5, 5.3.12, 5.3.13, 5.3.15, 5.3.16 (S. 224, 227–230): In den Komponenten des Vektors x sollte nicht wieder die Bezeichnung x verwendet werden (statt x, y, z also etwa x_1, x_2, x_3).

Die folgenden Fehler sind im korrigierten Nachdruck der ersten Auflage (2007) bereits korrigiert:

1.9.21 (S. 49):

$$a_n := \begin{cases} q_1^n & \text{falls } n \text{ gerade,} \\ q_2^n & \text{sonst.} \end{cases} \qquad \left(\text{statt } a_j := \begin{cases} q_1^n & \text{falls } n \text{ gerade,} \\ q_2^n & \text{sonst.} \end{cases} \right)$$

Beweis des Satzes von Taylor (S. 109): Die Ableitung von h ist

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,t}\,h(t) \quad &= \quad -\sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k+1)}(t)}{k!}\,(x-t)^k \;+\; \sum_{k=1}^{n} \frac{f^{(k)}(t)}{(k-1)!}\,(x-t)^{k-1} \;+\; c \cdot \frac{(x-t)^n}{n!} \\ &= \quad -\frac{f^{(n+1)}(t)}{n!}\,(x-t)^n \;+\; c \cdot \frac{(x-t)^n}{n!}\,. \end{aligned}$$

2.6.10 (S. 115): Die Differentialgleichungen für sin und cos heißen $\sin' = \cos$ und $\cos' = -\sin$.

3.3.5, 3.3.6 (S. 133): Man ersetze den Text durch den folgenden:

Es sei $x\colon I_1 \to I_2\colon t \mapsto x(t)$ bijektiv. Wenn dann die Umkehrfunktion $t := x^{-1}\colon I_2 \to I_1\colon x(t) \mapsto t$ differenzierbar ist und außerdem $t'(x) \neq 0$ für alle $x \in I_2$ gilt, so ist nach 2.3.1 auch x differenzierbar, wobei gilt $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,t}x(t) = \frac{1}{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,x}t(x)} = \frac{1}{t'(x)}$. Wir erhalten eine nützliche Variante der Substitutionsregel:

3.3.5 Substitutionsregel rückwärts. *Ist $t(x)$ differenzierbar und bijektiv mit $t'(x) \neq 0$ für alle x im Integrationsintervall, so gilt*

$$\int f(x)\,\mathrm{d}\,x = \int f(x(t))\,\frac{1}{t'(x(t))}\,\mathrm{d}\,t\,.$$

Auch hier gibt es eine griffige formale Merkregel:

$$t'(x) = \frac{\mathrm{d}\,t}{\mathrm{d}\,x} \quad \text{oder} \quad t'(x)\,\mathrm{d}\,x = \mathrm{d}\,t \quad \text{bzw.} \quad \mathrm{d}\,x = \frac{\mathrm{d}\,t}{t'(x)}\,.$$

3.3.6 Beispiel. Für $x \in I_1 := (-1,1)$ gilt mit $t := -x^2$ zunächst $t'(x) = -2\,x$. Wir können die Substiutionsregel rückwärts also in den Teilintervallen von $I_1 \setminus \{0\} = (-1,0) \cup (0,1)$ anwenden, und erhalten jeweils

$$\int \frac{-2\,x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}\,x = \int \frac{1}{\sqrt{1+t}}\,\mathrm{d}\,t = \left[2\,\sqrt{1+t}\right] = \left[2\,\sqrt{1-x^2}\right].$$

Durch Ableiten verifiziert man, dass diese Regel generell gilt: Die Unterteilung des Intervalls war nur nötig, um die Stammfunktion zu *finden*.

Beweis des Majoranten-Kriteriums 3.7.5 (S. 151):
Wir betrachten eine monoton steigende Folge $(t_j)_{j\in\mathbb{N}}$, die in $[a,b)$ liegt und gegen b konvergiert. *Außerdem setzen wir $t_0 := a$.* Im weiteren Verlauf des Beweises ist jeweils von $k = 0$ an zu summieren.

3.7.12 (S. 154): Die Legende zu Abbildung 3.1 sollte lauten:
Die Funktion $t \mapsto e^{-t}\, t^{\alpha-1}$ für $\alpha \in \{0, \frac{1}{2}, 1, 2\}$.

4.1.1 (S. 163): Die Funktion f heißt *reellwertig* oder *skalar*(-wertig), wenn $X = \mathbb{R}$ ist. Funktionen mit Zielbereich $X = \mathbb{R}^k$ und $k > 1$ nennt man *vektorwertig*.

4.3.2 (S. 174): Der Differentialquotient lautet richtig:

$$\frac{\partial f}{\partial x_j}(a) \quad = \quad \lim_{h\to 0} \frac{f(a + h\, e_j) - f(a)}{h} \quad .$$

4.7.1 (S. 202): In der Tat ergibt sich die j-te Spalte als

$$\begin{aligned} \lim_{h\to 0} \frac{f(a + h\, e_j) - f(a)}{h} \quad &= \quad \lim_{h\to 0} \begin{pmatrix} \dfrac{f_1(a + h\, e_j) - f_1(a)}{h} \\ \vdots \\ \dfrac{f_k(a + h\, e_j) - f_k(a)}{h} \end{pmatrix} \\ &=: \quad \frac{\partial f}{\partial x_j}(a)\,, \end{aligned}$$

5.3.12 (S. 223): Das Vektorfeld sollte heißen:

$$g\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2\,x\,y^3\,z \\ 3\,x^2\,y^2\,z \\ x^2\,y^3 \end{pmatrix}.$$

Dann gilt

$$\operatorname{rot} g = \begin{pmatrix} 3\,x^2\,y^2 & - & 3\,x^2\,y^2 \\ 2\,x\,y^3 & - & 2\,x\,y^3 \\ 6\,x\,y^2\,z & - & 6\,x\,y^2\,z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Wenn man (wie in der gedruckten Fassung) als erste Komponente $2\,x^2\,y^3\,z$ nimmt (bei unveränderter zweiter und dritter Komponente), so ist $\operatorname{rot} g = 0$ nicht erfüllt: Es gilt dann

$$\operatorname{rot} g = \begin{pmatrix} 3\,x^2\,y^2 & - & 3\,x^2\,y^2 \\ 2\,x^2\,y^3 & - & 2\,x\,y^3 \\ 6\,x\,y^2\,z & - & 6\,x^2\,y^2\,z \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$