Klausur der Diplomvorprüfung

für **Ingenieurstudiengänge**

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 120 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Vier Seiten DIN A4 eigenhändig beschrieben.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig!**
- In **den Aufgaben 1 – 4** sind die vollständigen Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen anzugeben. Die Bearbeitung dieser Aufgaben nehmen Sie bitte auf gesondertem Papier vor. Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- In **den Aufgaben 5 – 7** werden nur die Endergebnisse gewertet. Diese sind in die vorgegebenen Kästen einzutragen. Nebenrechnungen sind hier nicht verlangt und werden bei der Bewertung nicht berücksichtigt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte können Sie ohne weitere Herleitung verwenden. Alle anderen Ableitungen und Stammfunktionen müssen begründet werden.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$	$\arctan(x)$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$\frac{1}{1+x^2}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$	$\operatorname{artanh}(x)$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$\frac{1}{1-x^2}$

$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$

x	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab 17. 04. 2009 über das Studenteninformationssystem Universität Stuttgart (`https://studius.uni-stuttgart.de/`) bekanntgegeben.

Viel Erfolg!

Hinweise für Wiederholer:

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung für bestimmte Fachrichtungen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen sich vom **20. 04.** bis **30. 04. 2009** bei Frau Stein (Raum V57.8.130, nur vormittags) einen Termin hierfür geben lassen. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich ggf. zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (*11 Punkte*) Geben Sie die Matrixbeschreibung der Quadrik

$$\{x \in \mathbb{R}^2 \mid \ 3x_1^2 - 3x_2^2 - 8x_1x_2 + 22x_1 + 4x_2 + 7 = 0\}$$

an. Berechnen Sie die euklidische Normalform der Quadrik und ermitteln Sie die zugehörige Koordinatentransformation. Bestimmen Sie anhand der Normalform die Gestalt der Quadrik.

Aufgabe 2 (*5 Punkte*) Berechnen Sie das Integral

$$\int \frac{4x^2 + 8x + 6}{x^3 + 3x^2 + 4x + 2} \, \mathrm{d}\, x \, .$$

Aufgabe 3 (*5 Punkte*) Mit Hilfe der Methode von Lagrange sollen die Minima und die Maxima der Funktion

$$f(x, y) = \frac{x}{4} + \frac{y}{3}$$

unter der Nebenbedingung

$$x^2 + y^2 = 1$$

bestimmt werden.

Aufgabe 4 (*4 Punkte*) Das Vektorfeld

$$f \colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} (1 + xy + y^2 z)e^{xy-z} \\ (z + x^2 + xyz)e^{xy-z} \\ (y - x - yz)e^{xy-z} \end{pmatrix} .$$

besitzt ein Potential. Berechnen Sie ein solches.

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe 5 (*5 Punkte*)

(a) Gegeben sind die Vektoren

$$v_1 := \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad v_2 := \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Matrix $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$, die v_1 als Eigenvektor zum Eigenwert -2 und v_2 als Eigenvektor zum Eigenwert 2 besitzt.

$$A = \boxed{}$$

(b) Für den Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ ist die Matrix

$$B_\alpha := \begin{pmatrix} -1 & \alpha \\ -\alpha & 1 \end{pmatrix}$$

gegeben. Die Matrix B_α besitzt:

Genau einen reellen Eigenraum für $\alpha \in$ $\boxed{}$

Genau zwei reelle Eigenräume für $\alpha \in$ $\boxed{}$

Keinen reellen Eigenraum für $\alpha \in$ $\boxed{}$

Bitte wenden!

Aufgabe 6 (*4 Punkte*)

Tragen Sie in das Kästchen unterhalb der entsprechenden Reihe „konvergent“ ein, falls die Reihe gegen eine reelle Zahl konvergiert. Tragen Sie „divergent“ ein, falls die Reihe nicht konvergiert.

$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{n^2}\right)^{\frac{n}{2}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{2^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{n!}$	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{2^n(2n+1)}$

Aufgabe 7 (*6 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\int x^2 e^{2x} \, \mathrm{d}\, x =$ ☐

(b) $\int \frac{\cos(x)}{\sqrt{1+(\sin(x))^2}} \, \mathrm{d}\, x =$ ☐

(c) $\int \frac{4x^3+20x^2+x+5}{4x^2+1} \, \mathrm{d}\, x =$ ☐