Name: | **Matrikelnr.:** | **Fach:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Summe
Punkte							

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
  Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: | **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*11 Punkte*)

Berechnen Sie die folgenden Integrale. Tragen Sie „divergent“ ein, falls keine Konvergenz vorliegt.

(a) $\int\limits_0^{+\infty} e^{-x} \,\mathrm{d}\,x =$

(b) $\int x\cos(x) \,\mathrm{d}\,x =$

(c) $\int\limits_{3/4}^{4/3} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \,\mathrm{d}\,x =$

(d) $\int x \sinh\left(x^2\right) \,\mathrm{d}\,x =$

Aufgabe 3 (*11 Punkte*)

Gegeben ist die Funktion

$$f : D \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{x^2 + x - 1}{x^3 + x} .$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $D \subseteq \mathbb{R}$ von f.

$D =$ $\boxed{}$

Kreuzen Sie den richtigen Ansatz zur Bestimmung der Partialbruchzerlegung von f an.

☐ $f(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B + xC}{x^2 + 1}$

☐ $f(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x - 1} + \dfrac{C}{x + 1}$

☐ $f(x) = \dfrac{A + xB}{x} + \dfrac{C}{x^2 + 1}$.

Daraus ergibt sich für die verwendeten Konstanten:

$A =$ $\boxed{}$

$B =$ $\boxed{}$

$C =$ $\boxed{}$

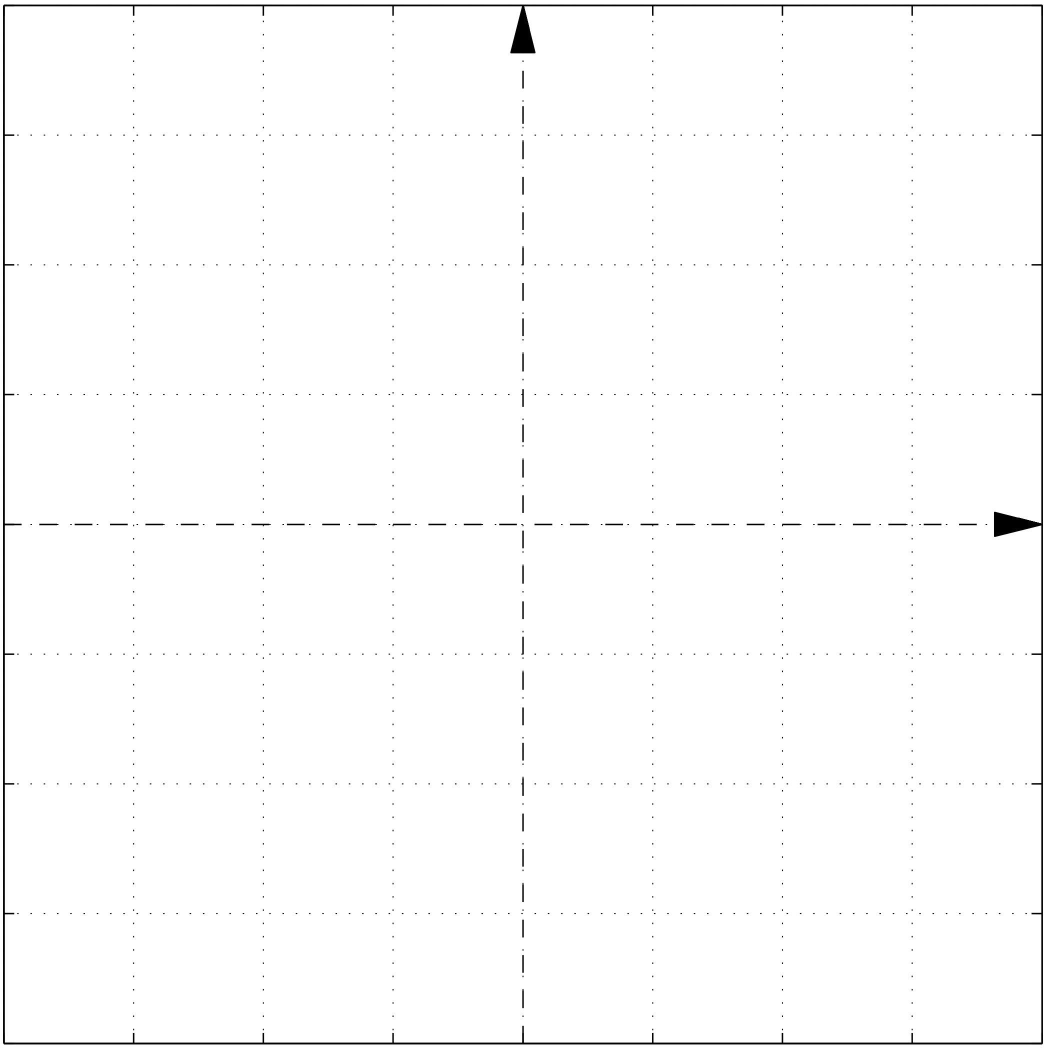
Somit lautet eine Stammfunktion F von f:

$F(x) =$ $\boxed{}$

Aufgabe 4 (*11 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto -x^3 y + xy^2 + 3xy$$

Skizzieren Sie die Gebiete mit $f(x, y) = 0$, $f(x, y) < 0$ bzw. $f(x, y) > 0$ in dem Achsenkreuz unten.



Geben Sie alle kritischen Stellen $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ der Funktion f an:

Davon sind

(a) Maxima

(b) Minima

(c) Sattelpunkte

Aufgabe 5 (*8 Punkte*)

(a) Bestimmen Sie den Konvergenzradius ρ der reellen Potenzreihe

$$\sum_{k=0}^{\infty}(-4)^k x^k . \quad \rho = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie eine Stammfunktion F von

$$f : (-\rho, \rho) \to \mathbb{R} : x \mapsto \sum_{k=0}^{\infty}(-4)^k x^k$$

durch gliedweise Integration.

$$F(x) = \boxed{\sum_{k=0}^{\infty} }$$

(c) Geben Sie f in geschlossener Form an.

$$f(x) = \boxed{}$$

(d) Berechnen Sie daraus erneut eine Stammfunktion $\widetilde{F}$ von f.

$$\widetilde{F}(x) = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*8 Punkte*) Bestimmen Sie zur Funktion

$$f : \mathbb{R} \times \big(\mathbb{R} \setminus \{1\}\big) \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto \frac{e^x}{y-1}$$

den Gradienten

$$\operatorname{grad} f(x, y) = \left(\boxed{} , \boxed{} \right)^{\top}$$

und die Hessematrix

$$\mathrm{H}f(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix} .$$

Das Taylorpolynom der Stufe 2 von f um den Entwicklungspunkt $(0, 0)$ lautet somit

$$T_2\big(f, (x, y), (0, 0)\big) = \boxed{} .$$

Name: ____ **Matrikelnr.:** ____ **Fach:** ____

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Summe
Punkte							

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
  Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: ____ **Gruppennr.:** ____

Aufgabe 2 (*11 Punkte*)

Berechnen Sie die folgenden Integrale. Tragen Sie „divergent“ ein, falls keine Konvergenz vorliegt.

(a) $$\int_0^1 \frac{1}{1-x}\,\mathrm{d}\,x =$$

(b) $$\int x\sin(x)\,\mathrm{d}\,x =$$

(c) $$\int_{5/4}^{5/3} \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}\,\mathrm{d}\,x =$$

(d) $$\int x\cosh\left(x^2\right)\,\mathrm{d}\,x =$$

Aufgabe 3 (*11 Punkte*)

Gegeben ist die Funktion

$$f : D \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{x^2 - x + 2}{x^3 + x} .$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $D \subsetneqq \mathbb{R}$ von f.

$D =$ ☐

Kreuzen Sie den richtigen Ansatz zur Bestimmung der Partialbruchzerlegung von f an.

☐ $f(x) = \dfrac{A + xB}{x} + \dfrac{C}{x^2 + 1}$

☐ $f(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B + xC}{x^2 + 1}$

☐ $f(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x - 1} + \dfrac{C}{x + 1}$.

Daraus ergibt sich für die verwendeten Konstanten:

$A =$ ☐

$B =$ ☐

$C =$ ☐

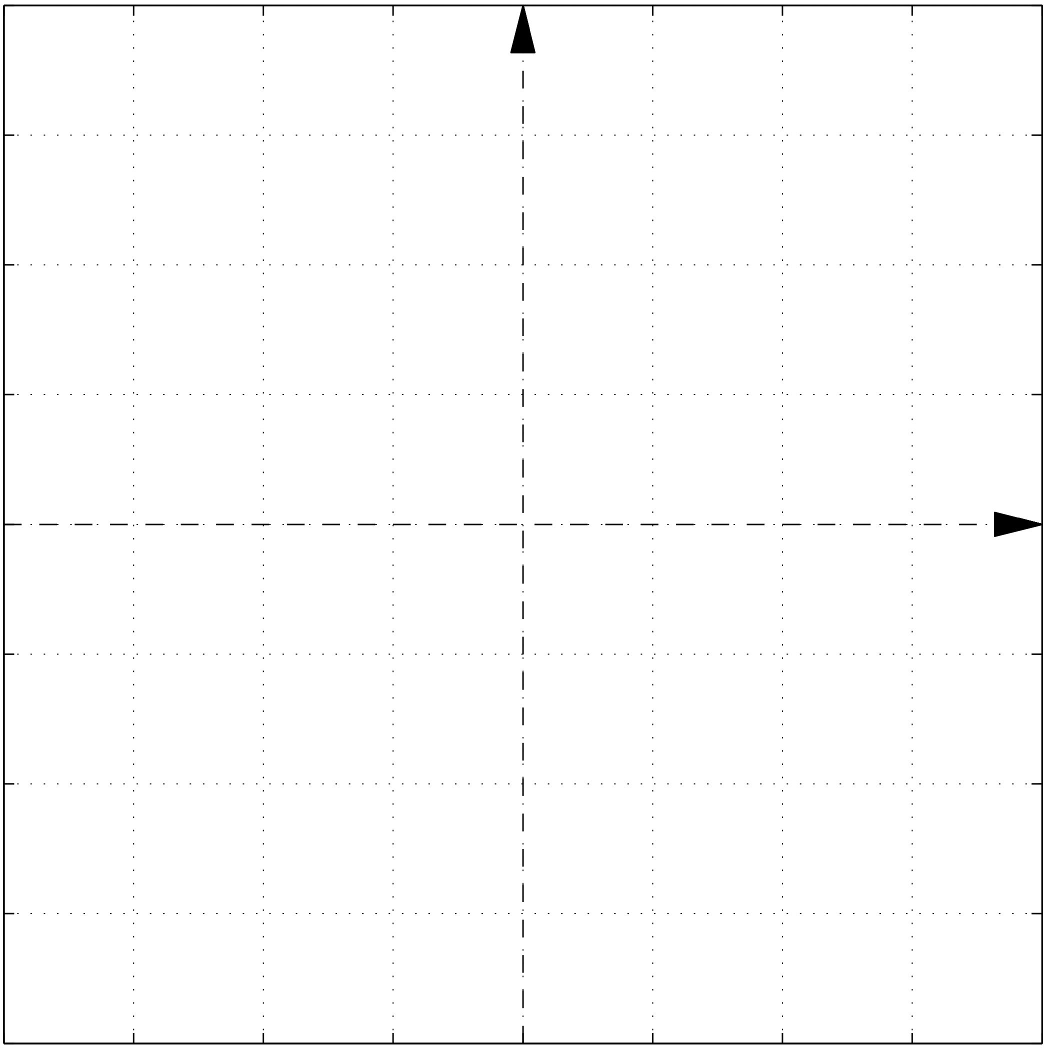
Somit lautet eine Stammfunktion F von f:

$F(x) =$ ☐

Aufgabe 4 (*11 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto -xy^3 + x^2y + 3xy$$

Skizzieren Sie die Gebiete mit $f(x, y) = 0$, $f(x, y) < 0$ bzw. $f(x, y) > 0$ in dem Achsenkreuz unten.



Geben Sie alle kritischen Stellen $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ der Funktion f an:

Davon sind

(a) Maxima

(b) Minima

(c) Sattelpunkte

Aufgabe 5 (*8 Punkte*)

(a) Bestimmen Sie den Konvergenzradius ρ der reellen Potenzreihe

$$\sum_{k=0}^{\infty}(-2)^k x^k . \quad \rho = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie eine Stammfunktion F von

$$f : (-\rho, \rho) \to \mathbb{R} : x \mapsto \sum_{k=0}^{\infty}(-2)^k x^k$$

durch gliedweise Integration.

$$F(x) = \boxed{\sum_{k=0}^{\infty} }$$

(c) Geben Sie f in geschlossener Form an.

$$f(x) = \boxed{}$$

(d) Berechnen Sie daraus erneut eine Stammfunktion $\widetilde{F}$ von f.

$$\widetilde{F}(x) = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*8 Punkte*) Bestimmen Sie zur Funktion

$$f : \mathbb{R} \times \big(\mathbb{R} \setminus \{-1\}\big) \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto \frac{e^{-x}}{y+1}$$

den Gradienten

$$\operatorname{grad} f(x, y) = \left(\boxed{} , \boxed{} \right)^{\top}$$

und die Hessematrix

$$\mathrm{H}f(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix} .$$

Das Taylorpolynom der Stufe 2 von f um den Entwicklungspunkt $(0, 0)$ lautet somit

$$T_2\big(f, (x, y), (0, 0)\big) = \boxed{} .$$

Name: | **Matrikelnr.:** | **Fach:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Summe
Punkte							

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
  Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: | **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*11 Punkte*)

Berechnen Sie die folgenden Integrale. Tragen Sie „divergent“ ein, falls keine Konvergenz vorliegt.

(a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{0} e^{2x}\,\mathrm{d}\,x =$

(b) $\displaystyle\int x\cosh(x)\,\mathrm{d}\,x =$

(c) $\displaystyle\int_{3/2}^{8/3} \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}\,\mathrm{d}\,x =$

(d) $\displaystyle\int x\sin\left(x^2\right)\,\mathrm{d}\,x =$

Aufgabe 3 (*11 Punkte*)

Gegeben ist die Funktion

$$f : D \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{x^2 + 2x - 1}{x^3 + x} .$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $D \subseteq \mathbb{R}$ von f.

$D =$ ☐

Kreuzen Sie den richtigen Ansatz zur Bestimmung der Partialbruchzerlegung von f an.

☐ $f(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x-1} + \dfrac{C}{x+1}$

☐ $f(x) = \dfrac{A + xB}{x} + \dfrac{C}{x^2+1}$

☐ $f(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B + xC}{x^2+1}$.

Daraus ergibt sich für die verwendeten Konstanten:

$A =$ ☐

$B =$ ☐

$C =$ ☐

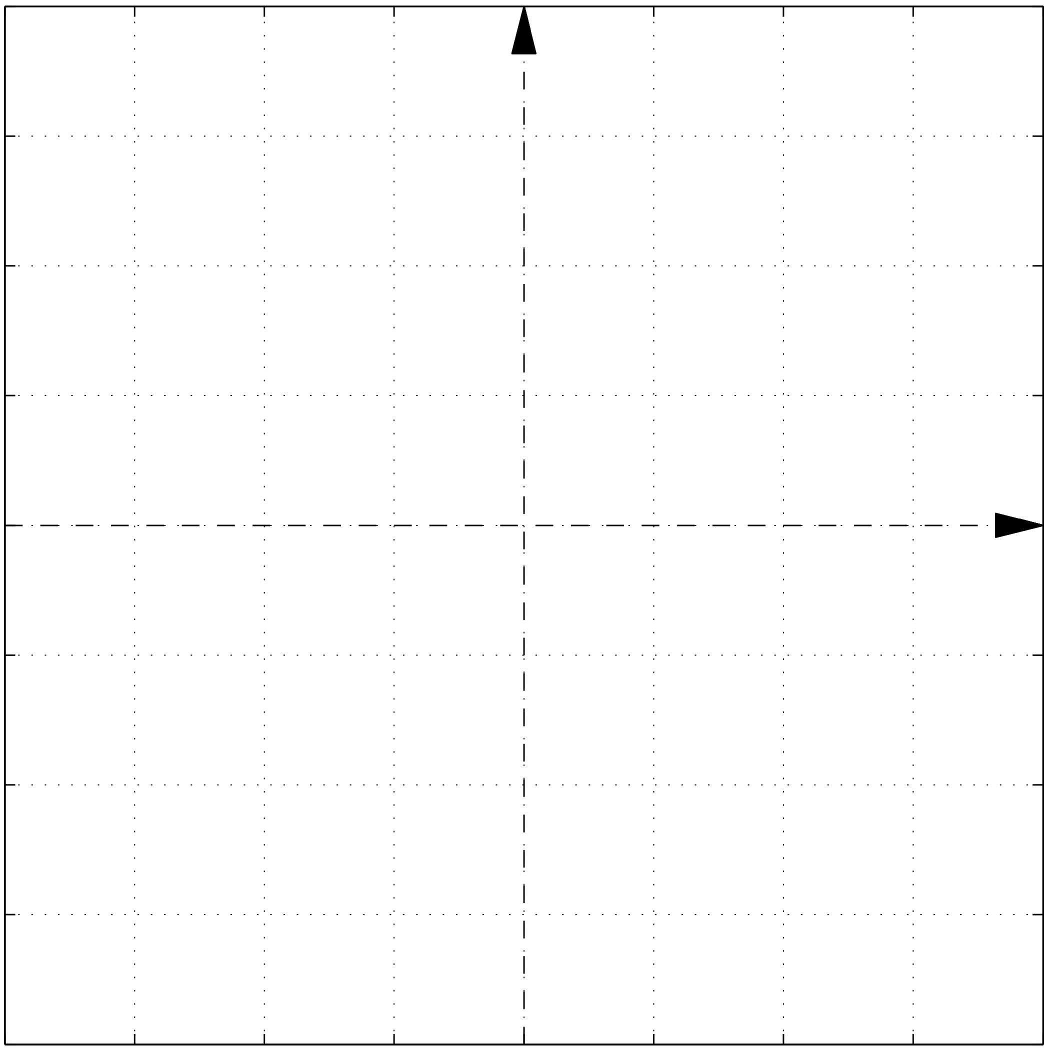
Somit lautet eine Stammfunktion F von f:

$F(x) =$ ☐

Aufgabe 4 (*11 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto x^3y + xy^2 - 2xy$$

Skizzieren Sie die Gebiete mit $f(x, y) = 0$, $f(x, y) < 0$ bzw. $f(x, y) > 0$ in dem Achsenkreuz unten.



Geben Sie alle kritischen Stellen $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ der Funktion f an:

Davon sind

(a) Maxima

(b) Minima

(c) Sattelpunkte

Aufgabe 5 (*8 Punkte*)

(a) Bestimmen Sie den Konvergenzradius ρ der reellen Potenzreihe

$$\sum_{k=0}^{\infty}(-3)^k x^k . \quad \rho = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie eine Stammfunktion F von

$$f : (-\rho, \rho) \to \mathbb{R} : x \mapsto \sum_{k=0}^{\infty}(-3)^k x^k$$

durch gliedweise Integration.

$$F(x) = \boxed{\sum_{k=0}^{\infty} }$$

(c) Geben Sie f in geschlossener Form an.

$$f(x) = \boxed{}$$

(d) Berechnen Sie daraus erneut eine Stammfunktion $\widetilde{F}$ von f.

$$\widetilde{F}(x) = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*8 Punkte*) Bestimmen Sie zur Funktion

$$f : \mathbb{R} \times \big(\mathbb{R} \setminus \{1\}\big) \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto \frac{(x+1)^2}{1-y}$$

den Gradienten

$$\operatorname{grad} f(x, y) = \left(\boxed{} , \boxed{} \right)^{\top}$$

und die Hessematrix

$$\mathrm{H}f(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix} .$$

Das Taylorpolynom der Stufe 2 von f um den Entwicklungspunkt $(0, 0)$ lautet somit

$$T_2\big(f, (x, y), (0, 0)\big) = \boxed{} .$$

Name: **Matrikelnr.:** **Fach:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Summe
Punkte							

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
  Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*11 Punkte*)

Berechnen Sie die folgenden Integrale. Tragen Sie „divergent" ein, falls keine Konvergenz vorliegt.

(a) $\displaystyle\int_{-1}^{0} \frac{1}{1+x}\,\mathrm{d}\,x =$

(b) $\displaystyle\int x\sinh(x)\,\mathrm{d}\,x =$

(c) $\displaystyle\int_{5/2}^{10/3} \frac{x}{\sqrt{x^2-4}}\,\mathrm{d}\,x =$

(d) $\displaystyle\int x\cos\left(x^2\right)\,\mathrm{d}\,x =$

Aufgabe 3 (*11 Punkte*)

Gegeben ist die Funktion

$$f : D \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{x^2 + x + 2}{x^3 + x} \,.$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $D \subseteq \mathbb{R}$ von f.

$D =$ ☐

Kreuzen Sie den richtigen Ansatz zur Bestimmung der Partialbruchzerlegung von f an.

☐ $f(x) = \dfrac{A + xB}{x} + \dfrac{C}{x^2 + 1}$

☐ $f(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B + xC}{x^2 + 1}$

☐ $f(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x - 1} + \dfrac{C}{x + 1}$.

Daraus ergibt sich für die verwendeten Konstanten:

$A =$ ☐

$B =$ ☐

$C =$ ☐

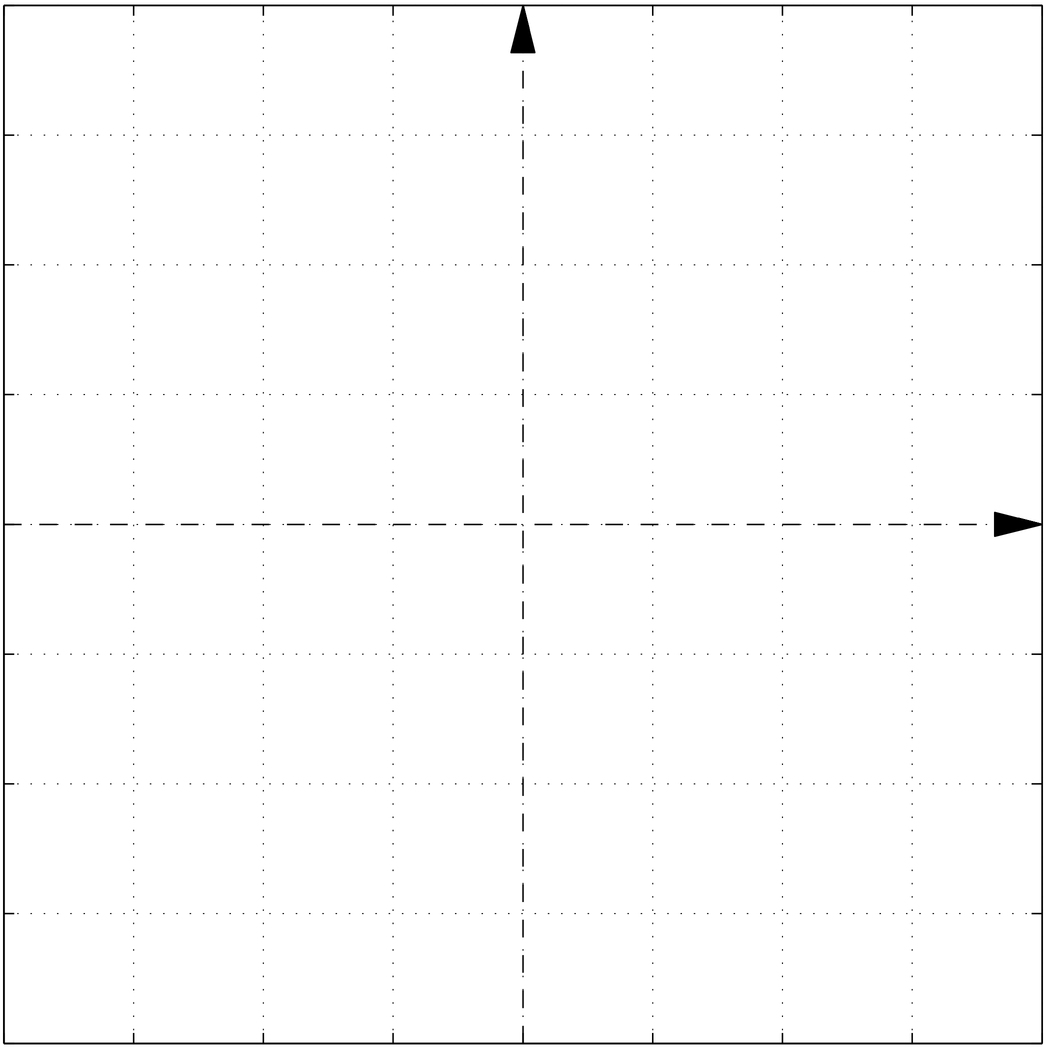
Somit lautet eine Stammfunktion F von f:

$F(x) =$ ☐

Aufgabe 4 (*11 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto xy^3 + x^2y - 2xy$$

Skizzieren Sie die Gebiete mit $f(x, y) = 0$, $f(x, y) < 0$ bzw. $f(x, y) > 0$ in dem Achsenkreuz unten.



Geben Sie alle kritischen Stellen $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ der Funktion f an:

Davon sind

(a) Maxima

(b) Minima

(c) Sattelpunkte

Aufgabe 5 (*8 Punkte*)

(a) Bestimmen Sie den Konvergenzradius ρ der reellen Potenzreihe

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-5)^k x^k . \quad \rho = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie eine Stammfunktion F von

$$f : (-\rho, \rho) \to \mathbb{R} : x \mapsto \sum_{k=0}^{\infty} (-5)^k x^k$$

durch gliedweise Integration.

$$F(x) = \boxed{\sum_{k=0}^{\infty} }$$

(c) Geben Sie f in geschlossener Form an.

$$f(x) = \boxed{}$$

(d) Berechnen Sie daraus erneut eine Stammfunktion $\widetilde{F}$ von f.

$$\widetilde{F}(x) = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*8 Punkte*) Bestimmen Sie zur Funktion

$$f : \mathbb{R} \times \big(\mathbb{R} \setminus \{1\}\big) \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto \frac{(x-1)^2}{y-1}$$

den Gradienten

$$\operatorname{grad} f(x, y) = \left(\boxed{}, \boxed{} \right)^{\top}$$

und die Hessematrix

$$\mathrm{H}f(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix} .$$

Das Taylorpolynom der Stufe 2 von f um den Entwicklungspunkt $(0, 0)$ lautet somit

$$T_2\big(f, (x, y), (0, 0)\big) = \boxed{} .$$