

Name:

Matrikelnr.:

Fach:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte									

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\int 2x \sqrt{x-1} \, dx =$

(b) $\int \cos(3x) (\sin(3x))^2 \, dx =$

(c) $\int_0^{\pi/2} \cos(3x) (\sin(3x))^2 \, dx =$

Aufgabe 3 (4 Punkte) Berechnen Sie den Gradienten der folgenden Funktionen.

(a) $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto e^{-x} \sin(2y)$

$$\text{grad } f(x, y) = \left(\boxed{}, \boxed{} \right)^T$$

(b) $g: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto x^3 \ln(y^3)$

$$\text{grad } g(x, y) = \left(\boxed{}, \boxed{} \right)^T$$

Aufgabe 4 (8 Punkte)

(a) Es sei

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto \frac{1}{4}x^4 - 9x^2 - y^2 + 2xy - 2x + 2y + 5.$$

Bestimmen Sie alle kritischen Stellen der Funktion f :

--

(b) Bestimmen Sie die Hesse-Matrix im Punkt $(0, 1)$:

$$Hf(0, 1) = \left(\begin{array}{cc} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{array} \right).$$

(c) Davon sind

Lokale Maxima

--

Lokale Minima

--

Sattelpunkte

--

Falls ein Fall nicht vorkommt, schreiben Sie „keine“ in das entsprechende Kästchen.

Aufgabe 8 (3 Punkte) Gegeben sei die Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+11}}{n!}.$$

(a) Der Konvergenzradius der Reihe ist .

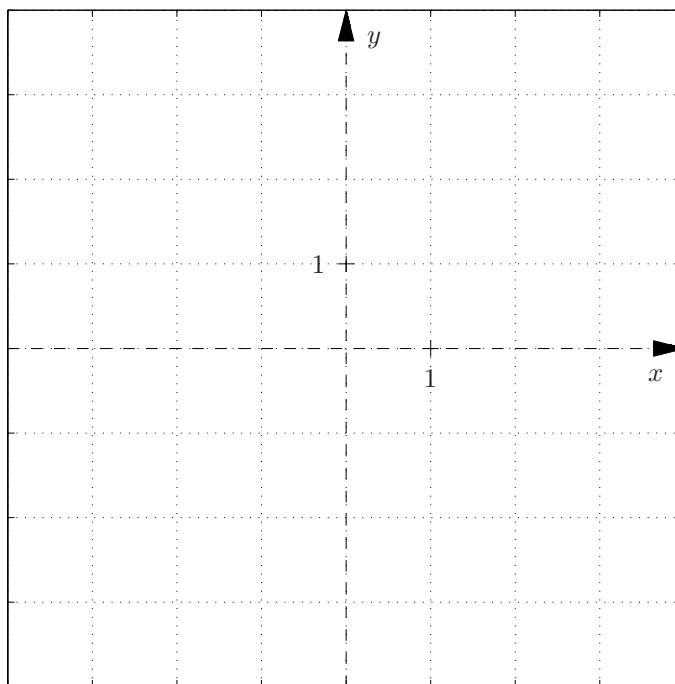
(b) Ein geschlossener Ausdruck für die Reihe ist .

Aufgabe 9 (7 Punkte)

(a) Skizzieren Sie die Niveaulinie $f(x, y) = 0$ für die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto y^2 - 2 + 3x$$

in dem Achsenkreuz unten. Beachten Sie die eingetragenen Einheitspunkte.



(b) Berechnen Sie den Gradienten:

$$\text{grad } f(x, y) = \left(\begin{array}{c} \boxed{} \\ \boxed{} \end{array} \right)^{\text{T}}$$

(c) Bestimmen Sie die Tangentialebene an den Graphen der Funktion f im Punkt $(2, 3, 13)$:

$$\boxed{} x + \boxed{} y + \boxed{} z + \boxed{} = 0$$

Name:

Matrikelnr.:

Fach:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte									

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\int \sin(2x) (\cos(2x))^2 dx =$

(b) $\int_0^{\pi/2} \sin(2x) (\cos(2x))^2 dx =$

(c) $\int x \sqrt{x-3} dx =$

Aufgabe 3 (4 Punkte) Berechnen Sie den Gradienten der folgenden Funktionen.

(a) $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto e^{-y} \sin(2x)$

$$\text{grad } f(x, y) = \left(\boxed{\phantom{\text{grad } f(x, y)}}, \boxed{\phantom{\text{grad } f(x, y)}} \right)^{\text{T}}$$

(b) $g : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto y^3 \ln(x^3)$

$$\text{grad } g(x, y) = \left(\boxed{\phantom{\text{grad } g(x, y)}}, \boxed{\phantom{\text{grad } g(x, y)}} \right)^{\text{T}}$$

Aufgabe 4 (8 Punkte)

(a) Es sei

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto \frac{1}{4}y^4 - 9y^2 - x^2 + 2xy - 2y + 2x + 5.$$

Bestimmen Sie alle kritischen Stellen der Funktion f :

--

(b) Bestimmen Sie die Hesse-Matrix im Punkt $(1, 0)$:

$$\text{H}f(1, 0) = \begin{pmatrix} \boxed{\phantom{\text{H}f(1, 0)}} & \boxed{\phantom{\text{H}f(1, 0)}} \\ \boxed{\phantom{\text{H}f(1, 0)}} & \boxed{\phantom{\text{H}f(1, 0)}} \end{pmatrix}.$$

(c) Davon sind

Lokale Maxima

Lokale Minima

Sattelpunkte

Falls ein Fall nicht vorkommt, schreiben Sie „keine“ in das entsprechende Kästchen.

Aufgabe 8 (3 Punkte) Gegeben sei die Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+12}}{n!}.$$

(a) Der Konvergenzradius der Reihe ist

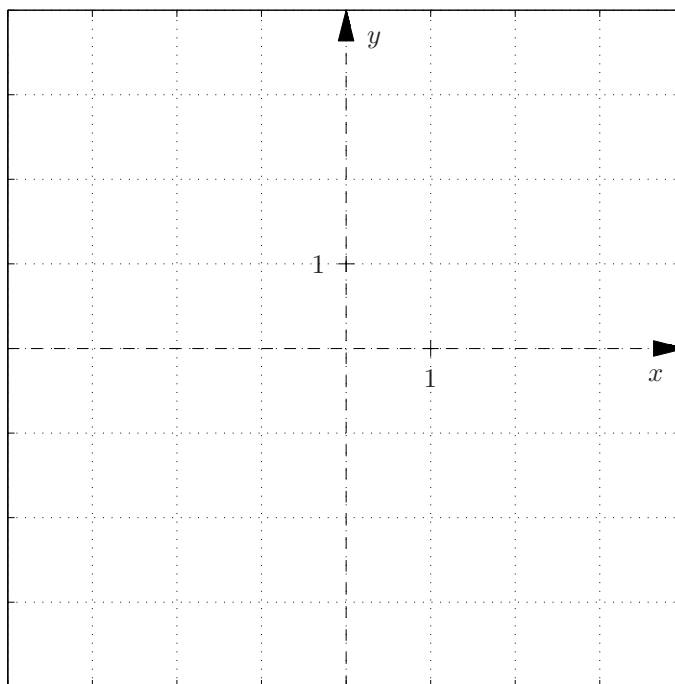
(b) Ein geschlossener Ausdruck für die Reihe ist

Aufgabe 9 (7 Punkte)

(a) Skizzieren Sie die Niveaulinie $f(x, y) = 0$ für die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto y^2 - 2 - 3x$$

in dem Achsenkreuz unten. Beachten Sie die eingetragenen Einheitspunkte.



(b) Berechnen Sie den Gradienten:

$$\text{grad } f(x, y) = \left(\begin{array}{c} \boxed{} \\ \boxed{} \end{array} \right)^{\top}$$

(c) Bestimmen Sie die Tangentialebene an den Graphen der Funktion f im Punkt $(2, 3, 1)$:

$$\boxed{} x + \boxed{} y + \boxed{} z + \boxed{} = 0$$

Name:

Matrikelnr.:

Fach:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte									

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\int 3x \sqrt{x-1} \, dx =$

(b) $\int \cos(2x) (\sin(2x))^2 \, dx =$

(c) $\int_0^{\pi/4} \cos(2x) (\sin(2x))^2 \, dx =$

Aufgabe 5 (3 Punkte) Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) = x \sin(4x).$$

(a) Es gilt

$$f'(0) = \boxed{} \quad \text{und} \quad f''(0) = \boxed{}.$$

(b) Das Taylorpolynom der Stufe 2 von f zum Entwicklungspunkt 0 ist also

$$T_2(f, x, 0) = \boxed{}.$$

Aufgabe 6 (6 Punkte)

(a) In der Partialbruchzerlegung

$$\frac{2(x^2 + x + 1)}{x^3 + x} = \frac{C}{x} + \frac{Ax + B}{x^2 + 1}$$

gilt

$$A = \boxed{}, \quad B = \boxed{}, \quad C = \boxed{}.$$

(b) Berechnen Sie folgendes Integral:

$$\int_1^{\sqrt{3}/3} \frac{2(x^2 + x + 1)}{x^3 + x} dx = \boxed{}.$$

Aufgabe 7 (6 Punkte) Berechnen Sie folgende Grenzwerte bzw. Reihen:

$$(a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = \boxed{}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) = \boxed{}$$

$$(c) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (3 Punkte) Gegeben sei die Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+13}}{n!}.$$

(a) Der Konvergenzradius der Reihe ist .

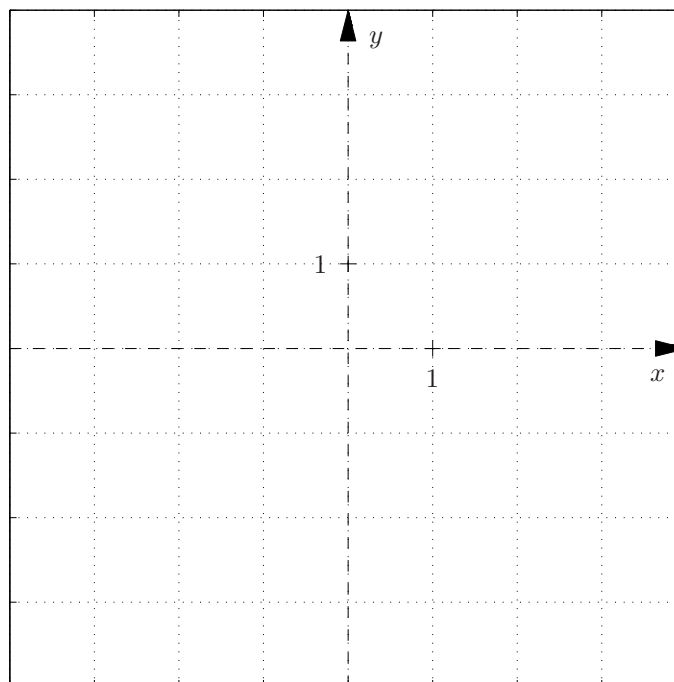
(b) Ein geschlossener Ausdruck für die Reihe ist .

Aufgabe 9 (7 Punkte)

(a) Skizzieren Sie die Niveaulinie $f(x, y) = 0$ für die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto y^2 - 3 + 2x$$

in dem Achsenkreuz unten. Beachten Sie die eingetragenen Einheitspunkte.



(b) Berechnen Sie den Gradienten:

$$\text{grad } f(x, y) = \left(\begin{array}{c} \boxed{} \\ \boxed{} \end{array} \right)^T$$

(c) Bestimmen Sie die Tangentialebene an den Graphen der Funktion f im Punkt $(3, 2, 7)$:

$$\boxed{} x + \boxed{} y + \boxed{} z + \boxed{} = 0$$

Name:

Matrikelnr.:

Fach:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte									

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\int \sin(3x) (\cos(3x))^2 dx =$

(b) $\int_0^{\pi/3} \sin(3x) (\cos(3x))^2 dx =$

(c) $\int x \sqrt{x-2} dx =$

Aufgabe 3 (4 Punkte) Berechnen Sie den Gradienten der folgenden Funktionen.

(a) $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto e^{-y} \cos(2x)$

$$\text{grad } f(x, y) = \left(\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \right)^T$$

(b) $g : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto y^4 \ln(x^4)$

$$\text{grad } g(x, y) = \left(\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \right)^T$$

Aufgabe 4 (8 Punkte)

(a) Es sei

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto -\frac{1}{5}y^4 + 11y^2 + x^2 - 2xy + 2y - 2x - 5.$$

Bestimmen Sie alle kritischen Stellen der Funktion f :

(b) Bestimmen Sie die Hesse-Matrix im Punkt $(1, 0)$:

$$Hf(1, 0) = \left(\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \right)$$

(c) Davon sind

Lokale Maxima

Lokale Minima

Sattelpunkte

Falls ein Fall nicht vorkommt, schreiben Sie „keine“ in das entsprechende Kästchen.

Aufgabe 8 (3 Punkte) Gegeben sei die Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+14}}{n!}.$$

(a) Der Konvergenzradius der Reihe ist .

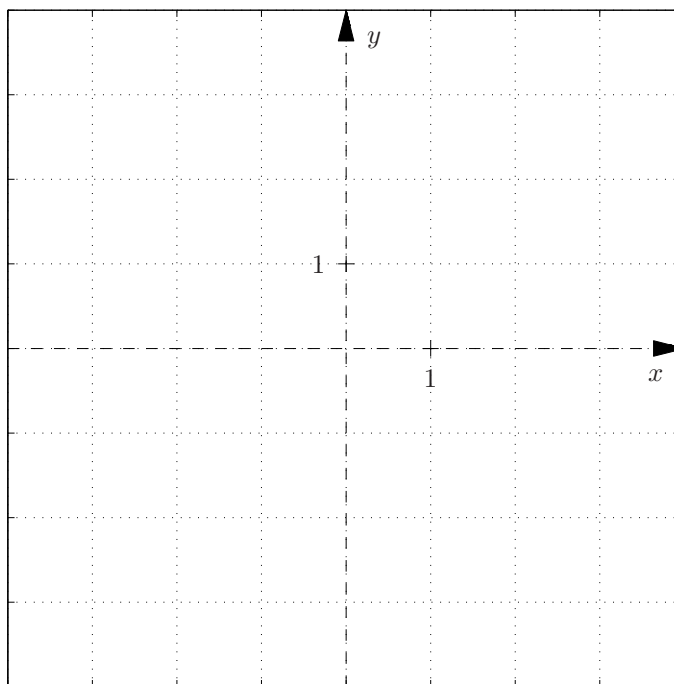
(b) Ein geschlossener Ausdruck für die Reihe ist .

Aufgabe 9 (7 Punkte)

(a) Skizzieren Sie die Niveaulinie $f(x, y) = 0$ für die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto y^2 - 3 - 2x$$

in dem Achsenkreuz unten. Beachten Sie die eingetragenen Einheitspunkte.



(b) Berechnen Sie den Gradienten:

$$\text{grad } f(x, y) = \left(\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \right)^T$$

(c) Bestimmen Sie die Tangentialebene an den Graphen der Funktion f im Punkt $(3, 2, -5)$:

$$\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} x + \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} y + \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} z + \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} = 0$$