Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/4	/4	/3	/6	/4	/5	/5	/32

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	b^x	$\sinh(x)$	$\sin(x)$	$\arcsin(x)$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\ln b \cdot b^x$	$\cosh(x)$	$\cos(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$f(x)$	$\tan(x)$	$\arctan(x)$	$\ln \lvert x \rvert$	$\cosh(x)$	$\cos(x)$	$\arccos(x)$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\frac{1}{(\cos x)^2}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\frac{1}{x}$	$\sinh(x)$	$-\sin(x)$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(a \in \mathbb{R})$
$(b \in \mathbb{R}^+)$

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: ☐ **Gruppennr.:** ☐

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Geben Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Radius $\rho \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ des Konvergenzkreises an.

	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^{2k}}{5^k}$	$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k k!(4+z)^k$	$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z+2-i}{k}\right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} (k^2+2)(z-3i)^k$
z_0				
ρ				

Aufgabe 3 (*4 Punkte*) Tragen Sie für die folgenden Reihen und Funktionen entweder den Grenzwert – falls Konvergenz vorliegt – oder „divergent“ in das entsprechende Kästchen ein.

$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^k$	$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{1+9x^4}}{(1+x)^2}$	$\lim_{x\to 0} e^{-\frac{1}{x}}$	$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{e^x - x - 1}$

Aufgabe 4 (*3 Punkte*)

Finden Sie die quadratische Approximation der Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto \sin(x^2+y^2)+1$$

im Punkt $(0,0)$.

$T_2(f,(x,y),(0,0)) =$ $\boxed{}$

Aufgabe 5 (*6 Punkte*) Berechnen Sie die Divergenz und Rotation des Vektorfeldes

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon (x,y) \mapsto \begin{pmatrix} (2x-1)(y+1)^2 \\ (x-1)^2(y+1) \end{pmatrix}.$$

$\operatorname{div} f(x,y) =$ $\boxed{}$ $\quad$ $\operatorname{rot} f(x,y) =$ $\boxed{}$

Berechnen Sie ein Potential U des Vektorfeldes

$$g\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} y^2\sin(xy) \\ -\cos(xy) + xy\sin(xy) - z^2\sin(yz^2) \\ -2\,yz\sin(yz^2) + 2z \end{pmatrix}.$$

$U(x,y,z) =$ $\boxed{}$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto e^{x^2+3x+1}.$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f.

$f'(x) \quad =$ $\boxed{}$

$f''(x) \quad =$ $\boxed{}$

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f,x,0)$ der Stufe 2 um den Punkt 0 auf.

$T_2(f,x,0) =$ $\boxed{}$

Aufgabe 7 (*5 Punkte*) Berechnen Sie die Integrale:

$$\int \frac{-2\,\sin(x)\,\cos(x)}{5+(\cos(x))^2}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int \frac{-\sqrt{5}\,\sin(x)}{5+(\cos(x))^2}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*5 Punkte*) Die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto x^2 + y^2$$

soll unter der Nebenbedingung

$$x^2 + 4\,y^2 = 4$$

auf Extrema untersucht werden. Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion unter dieser Nebenbedingung ihre Maxima und Minima annimmt, sowie die Funktionswerte an diesen Stellen.

Stelle	Funktionswert	Typ

Name, Vorname: **Matrikel-Nummer:** **Studien-gang:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/4	/4	/3	/6	/4	/5	/5	/32

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	b^x	$\sinh(x)$	$\sin(x)$	$\arcsin(x)$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\ln b \cdot b^x$	$\cosh(x)$	$\cos(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$f(x)$	$\tan(x)$	$\arctan(x)$	$\ln\lvert x\rvert$	$\cosh(x)$	$\cos(x)$	$\arccos(x)$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\frac{1}{(\cos x)^2}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\frac{1}{x}$	$\sinh(x)$	$-\sin(x)$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(a \in \mathbb{R})$
$(b \in \mathbb{R}^+)$

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Geben Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Radius $\rho \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ des Konvergenzkreises an.

	$\sum_{k=0}^{\infty}(k^2+3)(z-4i)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{z^{2k}}{2^k}$	$\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k k!(5+z)^k$	$\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{z+1-i}{k}\right)^k$
z_0				
ρ				

Aufgabe 3 (*4 Punkte*) Tragen Sie für die folgenden Reihen und Funktionen entweder den Grenzwert – falls Konvergenz vorliegt – oder „divergent“ in das entsprechende Kästchen ein.

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1+x-e^x}{x^2}$	$\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^k$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(1+x)^2}{\sqrt{1+4x^4}}$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\lvert x\rvert}{x}$

Aufgabe 4 (*3 Punkte*)

Finden Sie die quadratische Approximation der Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto \exp(x^2+y^2)$$

im Punkt $(0,0)$.

$$T_2(f,(x,y),(0,0)) = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (*6 Punkte*) Berechnen Sie die Divergenz und Rotation des Vektorfeldes

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon (x,y) \mapsto \begin{pmatrix} (3x^2-4x+1)(y+1) \\ y(x-1)^2 \end{pmatrix}.$$

$\operatorname{div} f(x,y) =$ $\boxed{}$ $\operatorname{rot} f(x,y) =$ $\boxed{}$

Berechnen Sie ein Potential U des Vektorfeldes

$$g\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} -y^2\cos(xy) \\ -\sin(xy) - xy\cos(xy) - z^2\sin(yz^2) \\ -2\,yz\sin(yz^2) + 3z^2 \end{pmatrix}.$$

$U(x,y,z) =$ $\boxed{}$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto e^{x^2+4x+1}.$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f.

$f'(x) =$ $\boxed{}$

$f''(x) =$ $\boxed{}$

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f,x,0)$ der Stufe 2 um den Punkt 0 auf.

$T_2(f,x,0) =$ $\boxed{}$

Aufgabe 7 (*5 Punkte*) Berechnen Sie die Integrale:

$$\int \frac{2\,\cos(x)\,\sin(x)}{3+(\sin(x))^2}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int \frac{\sqrt{3}\,\cos(x)}{3+(\sin(x))^2}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*5 Punkte*) Die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto x^2 + y^2$$

soll unter der Nebenbedingung

$$4\,x^2 + y^2 = 4$$

auf Extrema untersucht werden. Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion unter dieser Nebenbedingung ihre Maxima und Minima annimmt, sowie die Funktionswerte an diesen Stellen.

Stelle	Funktionswert	Typ

Name, Vorname: | **Matrikel-Nummer:** | **Studien-gang:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/4	/4	/3	/6	/4	/5	/5	/32

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	b^x	$\sinh(x)$	$\sin(x)$	$\arcsin(x)$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\ln b \cdot b^x$	$\cosh(x)$	$\cos(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$f(x)$	$\tan(x)$	$\arctan(x)$	$\ln\lvert x\rvert$	$\cosh(x)$	$\cos(x)$	$\arccos(x)$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\frac{1}{(\cos x)^2}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\frac{1}{x}$	$\sinh(x)$	$-\sin(x)$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(a \in \mathbb{R})$

$(b \in \mathbb{R}^+)$

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: | **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Geben Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Radius $\rho \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ des Konvergenzkreises an.

	$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z+i-1}{k}\right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} (k^2+4)(z-5i)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^{2k}}{3^k}$	$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k k!(2+z)^k$
z_0				
ρ				

Aufgabe 3 (*4 Punkte*) Tragen Sie für die folgenden Reihen und Funktionen entweder den Grenzwert – falls Konvergenz vorliegt – oder „divergent“ in das entsprechende Kästchen ein.

$\lim_{x\to 0} e^{\frac{1}{x}}$	$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2}$	$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^k$	$\lim_{x\to\infty} \frac{(1+x)^2}{\sqrt{1+9x^4}}$

Aufgabe 4 (*3 Punkte*)

Finden Sie die quadratische Approximation der Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto \cos(x)\cos(y)$$

im Punkt $(0,0)$.

$T_2(f,(x,y),(0,0)) =$ $\boxed{}$

Aufgabe 5 (*6 Punkte*) Berechnen Sie die Divergenz und Rotation des Vektorfeldes

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon (x,y) \mapsto \begin{pmatrix} x(y+1)^2 \\ (x-1)(4y^2+3y+1) \end{pmatrix}.$$

$\operatorname{div} f(x,y) =$ $\boxed{}$ $\operatorname{rot} f(x,y) =$ $\boxed{}$

Berechnen Sie ein Potential U des Vektorfeldes

$$g\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} -y^2\sin(xy) \\ \cos(xy) - xy\sin(xy) + z^2\cos(yz^2) \\ 2\,yz\cos(yz^2) + 2z \end{pmatrix}.$$

$U(x,y,z) =$ $\boxed{}$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto e^{x^2+5x+1}.$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f.

$f'(x) =$ $\boxed{}$

$f''(x) =$ $\boxed{}$

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f,x,0)$ der Stufe 2 um den Punkt 0 auf.

$T_2(f,x,0) =$ $\boxed{}$

Aufgabe 7 (*5 Punkte*) Berechnen Sie die Integrale:

$$\int \frac{2}{4+(\tan(x))^2}\,\frac{\tan(x)}{(\cos(x))^2}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int \frac{2}{(4+(\tan(x))^2)\,(\cos(x))^2}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*5 Punkte*) Die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto x^2 + y^2$$

soll unter der Nebenbedingung

$$x^2 + 4\,y^2 = 1$$

auf Extrema untersucht werden. Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion unter dieser Nebenbedingung ihre Maxima und Minima annimmt, sowie die Funktionswerte an diesen Stellen.

Stelle	Funktionswert	Typ

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/4	/4	/3	/6	/4	/5	/5	/32

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	b^x	$\sinh(x)$	$\sin(x)$	$\arcsin(x)$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\ln b \cdot b^x$	$\cosh(x)$	$\cos(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$f(x)$	$\tan(x)$	$\arctan(x)$	$\ln\lvert x\rvert$	$\cosh(x)$	$\cos(x)$	$\arccos(x)$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\frac{1}{(\cos x)^2}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\frac{1}{x}$	$\sinh(x)$	$-\sin(x)$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(a \in \mathbb{R})$

$(b \in \mathbb{R}^+)$

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:		**Gruppennr.:**	

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Geben Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Radius $\rho \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ des Konvergenzkreises an.

	$\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k k!(3+z)^k$	$\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{z+i-2}{k}\right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty}(k^2+1)(z-2i)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{z^{2k}}{6^k}$
z_0				
ρ				

Aufgabe 3 (*4 Punkte*) Tragen Sie für die folgenden Reihen und Funktionen entweder den Grenzwert – falls Konvergenz vorliegt – oder „divergent“ in das entsprechende Kästchen ein.

$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{1+4x^4}}{(1+x)^2}$	$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\lvert x\rvert}$	$\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{1+x-e^x}$	$\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{1}{6}\right)^k$

Aufgabe 4 (*3 Punkte*)

Finden Sie die quadratische Approximation der Funktion

$$f\colon \mathbb{R}\times(-1,+\infty)\to\mathbb{R}\colon (x,y)\mapsto e^x\ln(1+y)$$

im Punkt $(0,0)$.

$$T_2(f,(x,y),(0,0)) = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (*6 Punkte*) Berechnen Sie die Divergenz und Rotation des Vektorfeldes

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon (x,y) \mapsto \begin{pmatrix} (x-1)(y+1)^2 \\ (x-1)^2(y^2+1) \end{pmatrix}.$$

$\operatorname{div} f(x,y) =$ $\boxed{}$ $\operatorname{rot} f(x,y) =$ $\boxed{}$

Berechnen Sie ein Potential U des Vektorfeldes

$$g\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} y^2\cos(xy) \\ \sin(xy) + xy\cos(xy) + z^2\cos(yz^2) \\ 2\,yz\cos(yz^2) + 3z^2 \end{pmatrix}.$$

$U(x,y,z) =$ $\boxed{}$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto e^{x^2+6x+1}.$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f.

$f'(x) =$ $\boxed{}$

$f''(x) =$ $\boxed{}$

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f,x,0)$ der Stufe 2 um den Punkt 0 auf.

$T_2(f,x,0) =$ $\boxed{}$

Aufgabe 7 (*5 Punkte*) Berechnen Sie die Integrale:

$$\int \frac{2\,x^3}{\sqrt{1-x^4}}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{\qquad\qquad}$$

$$\int \frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{\qquad\qquad}$$

Aufgabe 8 (*5 Punkte*) Die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto x^2 + y^2$$

soll unter der Nebenbedingung

$$4\,x^2 + y^2 = 1$$

auf Extrema untersucht werden. Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion unter dieser Nebenbedingung ihre Maxima und Minima annimmt, sowie die Funktionswerte an diesen Stellen.

Stelle	Funktionswert	Typ