Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/4	/3	/3	/4	/4	/6	/9	/34

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\ln\lvert x\rvert$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\frac{1}{x}$

$(a \in \mathbb{R})$

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: $\boxed{}$ **Gruppennr.:** $\boxed{}$

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Berechnen Sie die Integrale:

$$\int_0^\pi x^2 \cos(x) \,\mathrm{d}\,x = \boxed{-2\pi}$$

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^4}} \,\mathrm{d}\,x = \boxed{\left[-\frac{1}{2}\sqrt{1-x^4}\right]}$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Geben Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Radius $\rho \in \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ des Konvergenzkreises an.

	$\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-3)^k (z-\mathrm{i})^k}{k}$	$\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z+4}{k}\right)^k$	$\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} (\ln(k))^k (z-2+3\mathrm{i})^k$
z_0	i	-4	$2-3\mathrm{i}$
ρ	$\frac{1}{3}$	∞	0

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to (-2,+\infty)\colon x \mapsto \sqrt{\mathrm{e}^{x+1}} - 2.$$

Bestimmen Sie die Ableitung und die Umkehrfunktion von f.

$$f'(x) = \boxed{\frac{1}{2}\sqrt{\mathrm{e}^{x+1}}}\ , \quad f^{-1}\colon (-2,+\infty) \to \mathbb{R}\colon y \mapsto \boxed{2\ln(y+2) - 1}\,.$$

Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion f^{-1} an der Stelle $f(1)$.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,y} f^{-1}(y)\Big|_{y=f(1)} = \boxed{\frac{2}{\mathrm{e}}}$$

Aufgabe 5 (*4 Punkte*) Berechnen Sie ein Potential U des Vektorfeldes

$$f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} \cos(x)\,\mathrm{e}^{yz} - y\,\sin(xy) \\ z\,\sin(x)\,\mathrm{e}^{yz} - x\,\sin(xy) + z^2 \\ y\,\sin(x)\,\mathrm{e}^{yz} + 2yz + 1 \end{pmatrix}.$$

$$U(x,y,z) = \boxed{\sin(x)\,\mathrm{e}^{yz} + \cos(xy) + yz^2 + z}$$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte :

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x}-1}{x} = \boxed{-1}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{x}-e^{-x}-2x}{1-\cos(x)} = \boxed{0}$$

$$\lim_{x\to \infty} \frac{(\cos(x))^2}{x^2} = \boxed{0}$$

Aufgabe 7 (*6 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto 2x\, e^{y}.$$

Berechnen Sie $\operatorname{grad} f(x,y)$ und $\mathrm{H}f(x,y)$.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} 2e^{y} \\ 2xe^{y} \end{pmatrix}}$$

$$\mathrm{H}f(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} 0 & 2e^{y} \\ 2e^{y} & 2xe^{y} \end{pmatrix}}$$

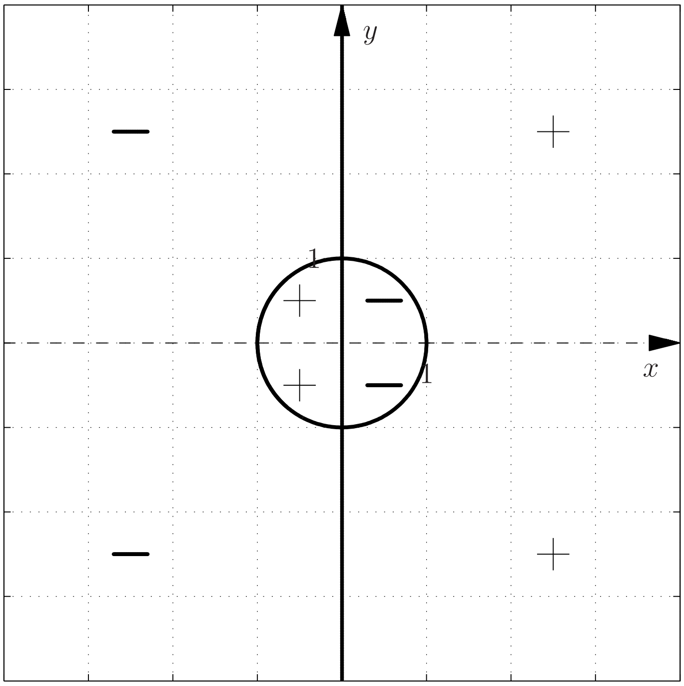
Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f,(x,y),(0,0))$ auf.

$$T_2(f,(x,y),(0,0)) = \boxed{2x+2xy}$$

Aufgabe 8 (*9 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto x^3 + xy^2 - x$$

Skizzieren Sie die Gebiete, für die $f(x,y) = 0\,,\; f(x,y) > 0$ bzw. $f(x,y) < 0$ ist.



Bestimmen Sie $\operatorname{grad} f(x,y)$.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} 3x^2 + y^2 - 1 \\ 2xy \end{pmatrix}}$$

Geben Sie alle kritischen Stellen von f sowie deren Typ an.

$\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\,,\;0\right)$	lokales Maximum
$\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\,,\;0\right)$	lokales Minimum
$(0,1)$	Sattelpunkt
$(0,-1)$	Sattelpunkt

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/4	/3	/3	/4	/4	/6	/9	/34

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\ln\lvert x\rvert$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\frac{1}{x}$

$(a \in \mathbb{R})$

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: | | **Gruppennr.:** | |

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Berechnen Sie die Integrale:

$$\int_{-1}^{0} x^2\,\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{\mathrm{e}-2}$$

$$\int x\sqrt{1+x^2}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{\left[\frac{1}{3}\sqrt{(1+x^2)^3}\right]}$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Geben Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Radius $\rho \in \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ des Konvergenzkreises an.

	$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z+2\mathrm{i}-2}{k}\right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} 2^{2k} z^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} (1+k)^k(-1+z)^k$
z_0	$2-2\mathrm{i}$	0	1
ρ	∞	$\frac{1}{4}$	0

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to (-5,+\infty)\colon x \mapsto \sqrt{\mathrm{e}^{x-3}} - 5.$$

Bestimmen Sie die Ableitung und die Umkehrfunktion von f.

$$f'(x) = \boxed{\frac{1}{2}\sqrt{\mathrm{e}^{x-3}}}\,, \quad f^{-1}\colon (-5,+\infty) \to \mathbb{R}\colon y \mapsto \boxed{2\ln(y+5)+3}\,.$$

Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion f^{-1} an der Stelle $f(1)$.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,y} f^{-1}(y)\Big|_{y=f(1)} = \boxed{2\mathrm{e}}$$

Aufgabe 5 (*4 Punkte*) Berechnen Sie ein Potential U des Vektorfeldes

$$f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} y\,\cos(z)\,\mathrm{e}^{xy} - z\,\cos(xz) + 2xy^2 \\ x\,\cos(z)\,\mathrm{e}^{xy} + 2x^2y \\ -\sin(z)\mathrm{e}^{xy} - x\,\cos(xz) - 3 \end{pmatrix}.$$

$$U(x,y,z) = \boxed{\cos(z)\,\mathrm{e}^{xy} - \sin(xz) + x^2y^2 - 3z}$$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte :

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1+(\sin(x))^2}{x} = \boxed{0}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)-x}{\mathrm{e}^{-2x}-(x-1)^2} = \boxed{0}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-x}{3x^2+1} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

Aufgabe 7 (*6 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}\times(-2,\infty)\to\mathbb{R}\colon (x,y)\mapsto x\,\ln(y+2).$$

Berechnen Sie $\operatorname{grad} f(x,y)$ und $\mathrm{H}f(x,y)$.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} \ln(y+2) \\ \frac{x}{y+2} \end{pmatrix}}$$

$$\mathrm{H}f(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{y+2} \\ \frac{1}{y+2} & \frac{-x}{(y+2)^2} \end{pmatrix}}$$

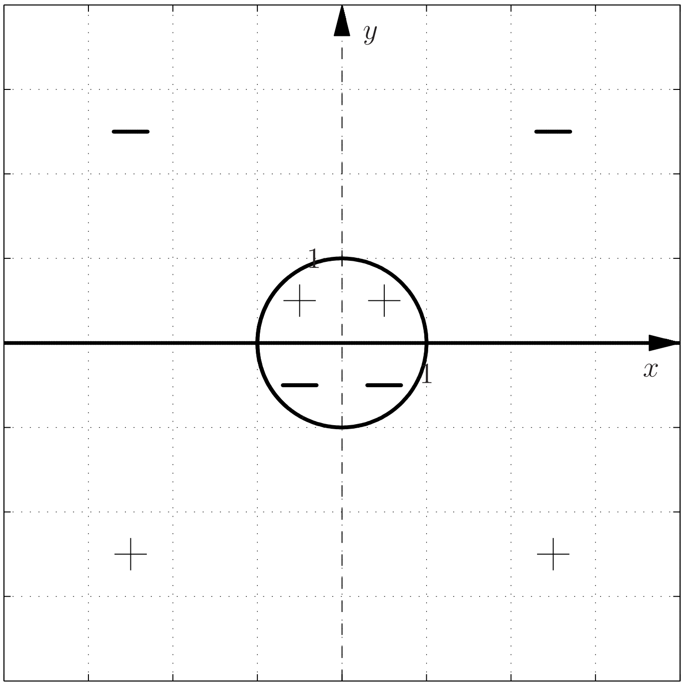
Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f,(x,y),(0,0))$ auf.

$$T_2(f,(x,y),(0,0)) = \boxed{\ln(2)\,x + \frac{1}{2}xy}$$

Aufgabe 8 (*9 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto -y^3 - x^2y + y$$

Skizzieren Sie die Gebiete, für die $f(x,y) = 0$, $f(x,y) > 0$ bzw. $f(x,y) < 0$ ist.



Bestimmen Sie $\operatorname{grad} f(x,y)$.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} -2xy \\ -3y^2 - x^2 + 1 \end{pmatrix}}$$

Geben Sie alle kritischen Stellen von f sowie deren Typ an.

$\left(0\,,\ \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$	lokales Maximum
$\left(0\,,\ -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$	lokales Minimum
$(1,0)$	Sattelpunkt
$(-1,0)$	Sattelpunkt

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/4	/3	/3	/4	/4	/6	/9	/34

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\ln\lvert x\rvert$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\frac{1}{x}$

$(a \in \mathbb{R})$

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: $\boxed{}$ **Gruppennr.:** $\boxed{}$

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Berechnen Sie die Integrale:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin(x)\ \mathrm{d}\,x = \boxed{\pi - 2}$$

$$\int \frac{1}{x}\ (\ln(2x))^3\ \mathrm{d}\,x = \boxed{\left[\frac{1}{4}\,(\ln(2x))^4\right]}$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Geben Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Radius $\rho \in \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ des Konvergenzkreises an.

	$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z-3\mathrm{i}}{2k}\right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^{3k} (z+2)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{e}^{k^2} (\mathrm{i}+z)^k$
z_0	$3\mathrm{i}$	-2	$-\mathrm{i}$
ρ	∞	125	0

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to (2, +\infty)\colon x \mapsto 3\sqrt{\mathrm{e}^{x-1}} + 2.$$

Bestimmen Sie die Ableitung und die Umkehrfunktion von f.

$$f'(x) = \boxed{\frac{3}{2}\sqrt{\mathrm{e}^{x-1}}}\ , \quad f^{-1}\colon (2, +\infty) \to \mathbb{R}\colon y \mapsto \boxed{2\ln\left(\frac{y-2}{3}\right) + 1}\ .$$

Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion f^{-1} an der Stelle $f(1)$.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,y} f^{-1}(y)\Big|_{y=f(1)} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

Aufgabe 5 (*4 Punkte*) Berechnen Sie ein Potential U des Vektorfeldes

$$f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} z\,\sin(xz)\,\mathrm{e}^y + yz\,\cos(xyz) - yz^2 + 2 \\ -\cos(xz)\,\mathrm{e}^y + xz\,\cos(xyz) - xz^2 \\ x\,\sin(xz)\mathrm{e}^y + xy\,\cos(xyz) - 2xyz \end{pmatrix}.$$

$$U(x,y,z) = \boxed{-\cos(xz)\,\mathrm{e}^y + \sin(xyz) - xyz^2 + 2x}$$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte :

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x)}{x} = \boxed{0}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^2 + \cos(x) - 1} = \boxed{2}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2 - (\cos(x))^2}{x} = \boxed{0}$$

Aufgabe 7 (*6 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto y\,e^{3x}.$$

Berechnen Sie $\operatorname{grad} f(x,y)$ und $\mathrm{H}f(x,y)$.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} 3ye^{3x} \\ e^{3x} \end{pmatrix}}$$

$$\mathrm{H}f(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} 9ye^{3x} & 3e^{3x} \\ 3e^{3x} & 0 \end{pmatrix}}$$

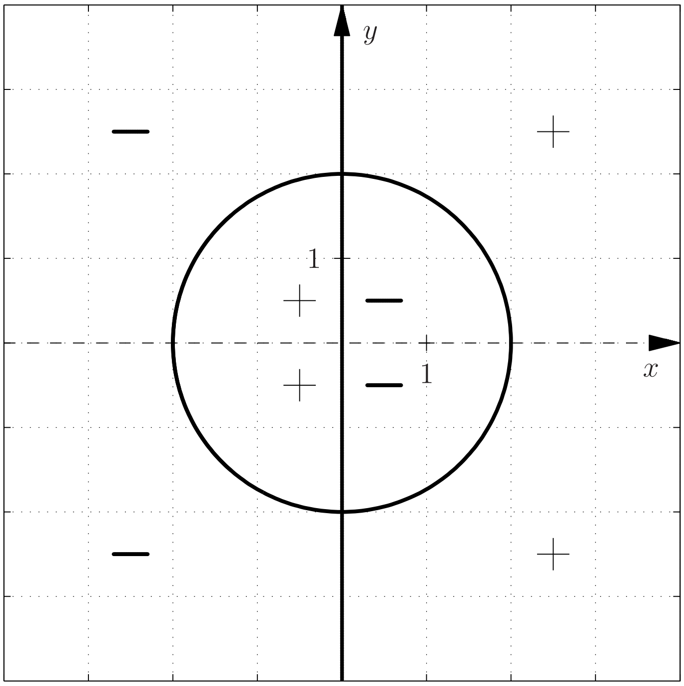
Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f,(x,y),(0,0))$ auf.

$$T_2(f,(x,y),(0,0)) = \boxed{y + 3xy}$$

Aufgabe 8 (*9 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto x^3 + xy^2 - 4x$$

Skizzieren Sie die Gebiete, für die $f(x,y) = 0$, $f(x,y) > 0$ bzw. $f(x,y) < 0$ ist.



Bestimmen Sie $\operatorname{grad} f(x,y)$.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} 3x^2 + y^2 - 4 \\ 2xy \end{pmatrix}}$$

Geben Sie alle kritischen Stellen von f sowie deren Typ an.

$\left(-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\,,\ 0\right)$	lokales Maximum
$\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\,,\ 0\right)$	lokales Minimum
$(0,2)$	Sattelpunkt
$(0,-2)$	Sattelpunkt

Name, Vorname: | **Matrikel-Nummer:** | **Studien-gang:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/4	/3	/3	/4	/4	/6	/9	/34

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\ln\lvert x\rvert$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\frac{1}{x}$

$(a \in \mathbb{R})$

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: | **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Berechnen Sie die Integrale:

$$\int_1^{\mathrm{e}} 2x\ (\ln(x))^2\ \mathrm{d}\,x = \boxed{\tfrac{1}{2}\mathrm{e}^2 - \tfrac{1}{2}}$$

$$\int \frac{\sin(x)}{(\cos(x))^4}\ \mathrm{d}\,x = \boxed{\left[\frac{1}{3\ (\cos(x))^3}\right]}$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Geben Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Radius $\rho \in \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ des Konvergenzkreises an.

	$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k^2}\right)^k (z-5)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{k^2+1}{k-1}\right)^k z^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{z+4\mathrm{i}}{10}\right)^k$
z_0	5	0	$-4\mathrm{i}$
ρ	∞	0	10

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to (-4, +\infty)\colon x \mapsto \sqrt{\mathrm{e}^{x+3}} - 4.$$

Bestimmen Sie die Ableitung und die Umkehrfunktion von f.

$$f'(x) = \boxed{\frac{1}{2}\sqrt{\mathrm{e}^{x+3}}}, \quad f^{-1}\colon (-4, +\infty) \to \mathbb{R}\colon y \mapsto \boxed{2\ln(y+4) - 3}.$$

Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion f^{-1} an der Stelle $f(1)$.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,y} f^{-1}(y)\Big|_{y=f(1)} = \boxed{\frac{2}{\mathrm{e}^2}}$$

Aufgabe 5 (*4 Punkte*) Berechnen Sie ein Potential U des Vektorfeldes

$$f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} \cos(yz)\,\mathrm{e}^x + yz\,\sin(xyz) + 2xy^2z \\ -z\,\sin(yz)\,\mathrm{e}^x + xz\,\sin(xyz) + 2x^2yz - 4 \\ -y\,\sin(yz)\mathrm{e}^x + xy\,\sin(xyz) + x^2y^2 \end{pmatrix}.$$

$$U(x,y,z) = \boxed{\cos(yz)\mathrm{e}^x - \cos(xyz) + x^2y^2z - 4y}$$

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte :

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{x-\frac{\pi}{2}} = \boxed{-1}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x-\ln(x+1)}{x^2} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(\sin(x))^3}{x^3} = \boxed{0}$$

Aufgabe 7 (*6 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon (-2,\infty)\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}\colon (x,y)\mapsto y\,\ln(x+2).$$

Berechnen Sie $\operatorname{grad} f(x,y)$ und $\mathrm{H}f(x,y)$.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} \frac{y}{x+2} \\ \ln(x+2) \end{pmatrix}}$$

$$\mathrm{H}f(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} \frac{-y}{(x+2)^2} & \frac{1}{x+2} \\ \frac{1}{x+2} & 0 \end{pmatrix}}$$

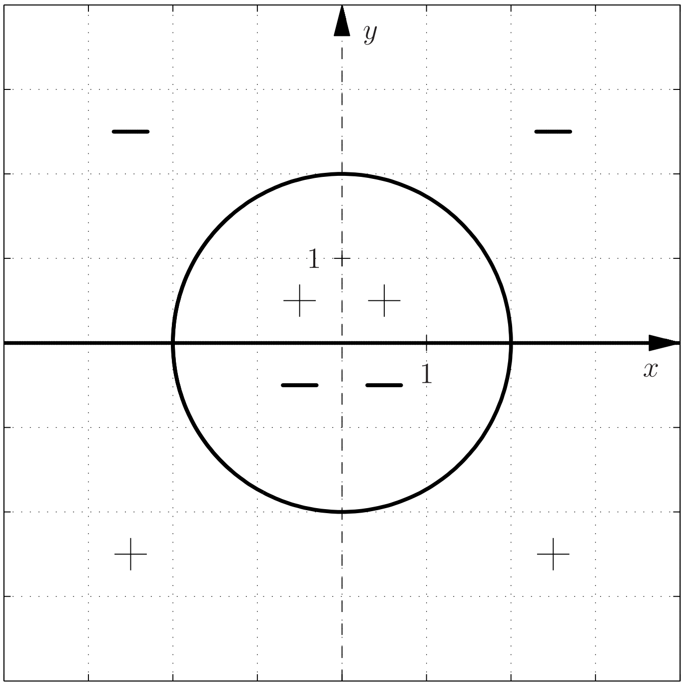
Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f,(x,y),(0,0))$ auf.

$$T_2(f,(x,y),(0,0)) = \boxed{\ln(2)\,y + \frac{1}{2}xy}$$

Aufgabe 8 (*9 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto -y^3 - x^2y + 4y$$

Skizzieren Sie die Gebiete, für die $f(x,y) = 0$, $f(x,y) > 0$ bzw. $f(x,y) < 0$ ist.



Bestimmen Sie $\operatorname{grad} f(x,y)$.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} -2xy \\ -3y^2 - x^2 + 4 \end{pmatrix}}$$

Geben Sie alle kritischen Stellen von f sowie deren Typ an.

$\left(0\,,\ \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$	lokales Maximum
$\left(0\,,\ -\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$	lokales Minimum
$(2,0)$	Sattelpunkt
$(-2,0)$	Sattelpunkt