

Name,  
Vorname:Matrikel-  
Nummer:Studien-  
gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe
Punkte	/1	/3	/3	/6	/3	/3	/2	/4	/3	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte können Sie ohne weitere Herleitung verwenden. Alle anderen Ableitungen und Stammfunktionen müssen begründet werden.

$f(x)$	$x^a$	$e^x$	$\sin x$	$\tan(x)$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a x^{a-1}$	$e^x$	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	$b^x$	$\ln x $	$\cos x$	$\arctan(x)$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b) b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$x$	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$$

Viel Erfolg!

**Aufgabe 1** (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

**Aufgabe 2** (3 Punkte) Bestimmen Sie den Konvergenzradius  $\varrho$  der folgenden Potenzreihen.

(a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n - 2} x^n$   $\varrho =$

(b)  $\sum_{n=0}^{\infty} 7e^{-2n} x^{2n}$   $\varrho =$

**Aufgabe 3** (3 Punkte) Berechnen Sie:

$$\int \frac{x^4 + x^3 - 6x^2 + 5}{x^2 + x - 6} dx =$$

**Aufgabe 4** (6 Punkte) Es sei die Funktion  $f$  gegeben durch

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto x^2y + 2(y-1)^2 + 5$$

Berechnen Sie den Gradienten und die Hessematrix von  $f$ :

$$\text{grad } f(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{\phantom{000}} \\ \boxed{\phantom{000}} \end{pmatrix} \quad \text{H } f(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{\phantom{000}} & \boxed{\phantom{000}} \\ \boxed{\phantom{000}} & \boxed{\phantom{000}} \end{pmatrix}$$

Geben Sie alle kritischen Stellen an:

Geben Sie alle Stellen an, an denen Sattelpunkte vorliegen:

Geben Sie alle Stellen an, an denen lokale Minima vorliegen:

Geben Sie alle Stellen an, an denen lokale Maxima vorliegen:

Geben Sie die Taylorentwicklung zweiter Stufe im Punkte  $(0, 1)$  an:

$$T_2(f, (x, y), (0, 1)) =$$

**Aufgabe 5** (3 Punkte) Bestimmen Sie folgende Grenzwerte.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-1}{x+2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+3x^2}{2-x+x^2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{3x}}{2x} =$$

**Aufgabe 6** (3 Punkte) Berechnen Sie folgende Integrale.

$$\int (2x - 1) \sin(x + 3) \, dx =$$

$$\int \sinh(\sin(x)) \cos(x) \, dx =$$

$$\int 2^{x-1} \, dx =$$

**Aufgabe 7** (2 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Integrale. Falls das uneigentliche Integral nicht existiert, tragen Sie „divergent“ ein.

$$\int 2x e^{-x^2} \, dx = \left[ \right]$$

$$\int_1^{+\infty} 2x e^{-x^2} \, dx =$$

**Aufgabe 8** (4 Punkte) Gegeben ist (für ein geeignetes Intervall  $I$ ) die Funktion  $f$  in Potenzreihendarstellung

$$f: I \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} 2n \left(-\frac{4}{9}\right)^n x^{2n-1}.$$

(a) Bestimmen Sie die Potenzreihendarstellung einer Stammfunktion  $F$  von  $f$ .

$$F(x) =$$

(b) Geben Sie eine geschlossene Darstellung der Funktion  $F$  an.

$$F(x) =$$

(c) Berechnen Sie daraus eine geschlossene Darstellung von  $f$ .

$$f(x) =$$

**Aufgabe 9** (3 Punkte) Bestimmen Sie, falls existent, die jeweiligen Grenzwerte und Summen. Tragen Sie andernfalls „divergent“ ein.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt[3]{n^2 + n}} =$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{-1}{(k-1)!} =$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^{k+2} =$$

**Aufgabe 10** (3 Punkte) Bestimmen Sie alle ersten partiellen Ableitungen der Funktion

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y, z) \mapsto e^{x^2+2y+z} \ln(1+y^2).$$

$$f_x(x, y, z) =$$

$$f_y(x, y, z) =$$

$$f_z(x, y, z) =$$

Name,  
Vorname:Matrikel-  
Nummer:Studien-  
gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe
Punkte	/1	/3	/3	/6	/3	/3	/2	/4	/3	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte können Sie ohne weitere Herleitung verwenden. Alle anderen Ableitungen und Stammfunktionen müssen begründet werden.

$f(x)$	$x^a$	$e^x$	$\sin x$	$\tan(x)$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a x^{a-1}$	$e^x$	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	$b^x$	$\ln x $	$\cos x$	$\arctan(x)$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b) b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$$

Viel Erfolg!

$x$	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

**Aufgabe 1** (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

**Aufgabe 2** (3 Punkte) Bestimmen Sie den Konvergenzradius  $\varrho$  der folgenden Potenzreihen.

(a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3-4^n} x^n$   $\varrho =$

(b)  $\sum_{n=0}^{\infty} 5e^{4n} x^{2n}$   $\varrho =$

**Aufgabe 3** (3 Punkte) Berechnen Sie:

$$\int \frac{x^3 - x^2 - 6x + 5}{x^2 - x - 6} dx =$$

**Aufgabe 4** (6 Punkte) Es sei die Funktion  $f$  gegeben durch

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto 2(x - 1)^2 + 4xy^2 + 3$$

Berechnen Sie den Gradienten und die Hessematrix von  $f$ :

$$\text{grad } f(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{\phantom{000}} \\ \boxed{\phantom{000}} \end{pmatrix} \quad \text{H } f(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{\phantom{000}} & \boxed{\phantom{000}} \\ \boxed{\phantom{000}} & \boxed{\phantom{000}} \end{pmatrix}$$

Geben Sie alle kritischen Stellen an:

Geben Sie alle Stellen an, an denen Sattelpunkte vorliegen:

Geben Sie alle Stellen an, an denen lokale Maxima vorliegen:

Geben Sie alle Stellen an, an denen lokale Minima vorliegen:

Geben Sie die Taylorentwicklung zweiter Stufe im Punkte  $(1, 0)$  an:

$$T_2(f, (x, y), (1, 0)) =$$

**Aufgabe 5** (3 Punkte) Bestimmen Sie folgende Grenzwerte.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 2}{x + 1} =$$

=

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - 2x^2}{1 + x + 2x^2} =$$

=

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{e^{3x} - 1} =$$

=

**Aufgabe 6** (3 Punkte) Berechnen Sie folgende Integrale.

$$\int (3x + 1) \cos(x - 1) \, dx =$$

$$\int \cosh(\sin(x)) \cos(x) \, dx =$$

$$\int 3^{x-1} \, dx =$$

**Aufgabe 7** (2 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Integrale. Falls das uneigentliche Integral nicht existiert, tragen Sie „divergent“ ein.

$$\int x e^{-\frac{1}{2}x^2} \, dx = \left[ \right]$$

$$\int_2^{+\infty} x e^{-\frac{1}{2}x^2} \, dx =$$

**Aufgabe 8** (4 Punkte) Gegeben ist (für ein geeignetes Intervall  $I$ ) die Funktion  $f$  in Potenzreihendarstellung

$$f: I \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} 2n \left(-\frac{3}{5}\right)^n x^{2n-1}.$$

(a) Bestimmen Sie die Potenzreihendarstellung einer Stammfunktion  $F$  von  $f$ .

$$F(x) =$$

(b) Geben Sie eine geschlossene Darstellung der Funktion  $F$  an.

$$F(x) =$$

(c) Berechnen Sie daraus eine geschlossene Darstellung von  $f$ .

$$f(x) =$$

**Aufgabe 9** (3 Punkte) Bestimmen Sie, falls existent, die jeweiligen Grenzwerte und Summen. Tragen Sie andernfalls „divergent“ ein.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{\sqrt{n^5 + n}} =$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k!} =$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k + 5^k}{4^k} =$$

**Aufgabe 10** (3 Punkte) Bestimmen Sie alle ersten partiellen Ableitungen der Funktion

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y, z) \mapsto e^{2x+y^2+z} \ln(1+z^2).$$

$$f_x(x, y, z) =$$

$$f_y(x, y, z) =$$

$$f_z(x, y, z) =$$



Name,

Matrikel-

Studien-

Vorname:

Nummer:

gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe
Punkte	/1	/3	/3	/6	/3	/3	/2	/4	/3	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte können Sie ohne weitere Herleitung verwenden. Alle anderen Ableitungen und Stammfunktionen müssen begründet werden.

$f(x)$	$x^a$	$e^x$	$\sin x$	$\tan(x)$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a x^{a-1}$	$e^x$	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	$b^x$	$\ln x $	$\cos x$	$\arctan(x)$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b) b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$x$	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$$

Viel Erfolg!

**Aufgabe 1** (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

**Aufgabe 2** (3 Punkte) Bestimmen Sie den Konvergenzradius  $\varrho$  der folgenden Potenzreihen.

(a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n - 5} x^n$   $\varrho =$

(b)  $\sum_{n=0}^{\infty} 2e^{6n} x^{2n}$   $\varrho =$

**Aufgabe 3** (3 Punkte) Berechnen Sie:

$$\int \frac{x^4 - x^3 - 6x^2 - 5}{x^2 - x - 6} dx =$$

**Aufgabe 4** (6 Punkte) Es sei die Funktion  $f$  gegeben durch

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto 2x^2y + 2(y - 8)^2 + 4$$

Berechnen Sie den Gradienten und die Hessematrix von  $f$ :

$$\text{grad } f(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{\phantom{000000}} \\ \boxed{\phantom{000000}} \end{pmatrix} \quad \text{H } f(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{\phantom{000000}} & \boxed{\phantom{000000}} \\ \boxed{\phantom{000000}} & \boxed{\phantom{000000}} \end{pmatrix}$$

Geben Sie alle kritischen Stellen an:

Geben Sie alle Stellen an, an denen Sattelpunkte vorliegen:

Geben Sie alle Stellen an, an denen lokale Minima vorliegen:

Geben Sie alle Stellen an, an denen lokale Maxima vorliegen:

Geben Sie die Taylorentwicklung zweiter Stufe im Punkte  $(0, 8)$  an:

$$T_2(f, (x, y), (0, 8)) =$$

**Aufgabe 5** (3 Punkte) Bestimmen Sie folgende Grenzwerte.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{x-2}$$

=

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5-x^2}{-2+x-2x^2}$$

=

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{2x}}{3x}$$

=

**Aufgabe 6** (3 Punkte) Berechnen Sie folgende Integrale.

$$\int (2x + 3) \sin(x - 3) \, dx =$$

$$\int \sinh(\cos(x)) \sin(x) \, dx =$$

$$\int 4^{x+1} \, dx =$$

**Aufgabe 7** (2 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Integrale. Falls das uneigentliche Integral nicht existiert, tragen Sie „divergent“ ein.

$$\int x e^{-\frac{1}{2}x^2} \, dx = \left[ \right]$$

$$\int_1^{+\infty} x e^{-\frac{1}{2}x^2} \, dx =$$

**Aufgabe 8** (4 Punkte) Gegeben ist (für ein geeignetes Intervall  $I$ ) die Funktion  $f$  in Potenzreihendarstellung

$$f: I \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} 2n \left(-\frac{9}{4}\right)^n x^{2n-1}.$$

(a) Bestimmen Sie die Potenzreihendarstellung einer Stammfunktion  $F$  von  $f$ .

$$F(x) =$$

(b) Geben Sie eine geschlossene Darstellung der Funktion  $F$  an.

$$F(x) =$$

(c) Berechnen Sie daraus eine geschlossene Darstellung von  $f$ .

$$f(x) =$$



Name,  
Vorname:Matrikel-  
Nummer:Studien-  
gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe
Punkte	/1	/3	/3	/6	/3	/3	/2	/4	/3	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte können Sie ohne weitere Herleitung verwenden. Alle anderen Ableitungen und Stammfunktionen müssen begründet werden.

$f(x)$	$x^a$	$e^x$	$\sin x$	$\tan(x)$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a x^{a-1}$	$e^x$	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	$b^x$	$\ln x $	$\cos x$	$\arctan(x)$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b) b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$$

Viel Erfolg!

$x$	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

**Aufgabe 1** (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

**Aufgabe 2** (3 Punkte) Bestimmen Sie den Konvergenzradius  $\rho$  der folgenden Potenzreihen.

(a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2-5^n} x^n$   $\rho =$

(b)  $\sum_{n=0}^{\infty} 3e^{-4n} x^{2n}$   $\rho =$

**Aufgabe 3** (3 Punkte) Berechnen Sie:

$$\int \frac{x^3 + x^2 - 6x - 5}{x^2 + x - 6} dx =$$

**Aufgabe 4** (6 Punkte) Es sei die Funktion  $f$  gegeben durch

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto 2(x - 2)^2 + 2xy^2 + 2$$

Berechnen Sie den Gradienten und die Hessematrix von  $f$ :

$$\text{grad } f(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{\phantom{000000}} \\ \boxed{\phantom{000000}} \end{pmatrix} \quad \text{H } f(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{\phantom{000000}} & \boxed{\phantom{000000}} \\ \boxed{\phantom{000000}} & \boxed{\phantom{000000}} \end{pmatrix}$$

Geben Sie alle kritischen Stellen an:

Geben Sie alle Stellen an, an denen Sattelpunkte vorliegen:

Geben Sie alle Stellen an, an denen lokale Maxima vorliegen:

Geben Sie alle Stellen an, an denen lokale Minima vorliegen:

Geben Sie die Taylorentwicklung zweiter Stufe im Punkte  $(2, 0)$  an:

$$T_2(f, (x, y), (2, 0)) =$$

**Aufgabe 5** (3 Punkte) Bestimmen Sie folgende Grenzwerte.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 2}{x - 1} =$$

=

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - 3x^2}{1 - 2x + x^2} =$$

=

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{e^{2x} - 1} =$$

=

**Aufgabe 6** (3 Punkte) Berechnen Sie folgende Integrale.

$$\int (3x - 1) \sin(x + 1) \, dx =$$

$$\int \cosh(\cos(x)) \sin(x) \, dx =$$

$$\int 5^{x+1} \, dx =$$

**Aufgabe 7** (2 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Integrale. Falls das uneigentliche Integral nicht existiert, tragen Sie „divergent“ ein.

$$\int 2x e^{-x^2} \, dx = \left[ \right]$$

$$\int_2^{+\infty} 2x e^{-x^2} \, dx =$$

**Aufgabe 8** (4 Punkte) Gegeben ist (für ein geeignetes Intervall  $I$ ) die Funktion  $f$  in Potenzreihendarstellung

$$f: I \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} 2n \left(-\frac{5}{3}\right)^n x^{2n-1}.$$

(a) Bestimmen Sie die Potenzreihendarstellung einer Stammfunktion  $F$  von  $f$ .

$$F(x) =$$

(b) Geben Sie eine geschlossene Darstellung der Funktion  $F$  an.

$$F(x) =$$

(c) Berechnen Sie daraus eine geschlossene Darstellung von  $f$ .

$$f(x) =$$

**Aufgabe 9** (3 Punkte) Bestimmen Sie, falls existent, die jeweiligen Grenzwerte und Summen. Tragen Sie andernfalls „divergent“ ein.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(n+2)}{\sqrt{(n+1)^3}} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{(k-1)!} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^k = \boxed{\phantom{000}}$$

**Aufgabe 10** (3 Punkte) Bestimmen Sie alle ersten partiellen Ableitungen der Funktion

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y, z) \mapsto e^{x+y^2+2z} \ln(1+z^2).$$

$$f_x(x, y, z) = \boxed{\phantom{000}}$$

$$f_y(x, y, z) = \boxed{\phantom{000}}$$

$$f_z(x, y, z) = \boxed{\phantom{000}}$$