

Name,
Vorname:

Matrikel-
Nummer:

Studien-
gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe
Punkte	/1	/2	/3	/4	/6	/3	/3	/2	/4	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan(x)$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln x $	$\cos x$	$\arctan(x)$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b) b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

x	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

Aufgabe 2 (2 Punkte) Bestimmen Sie den Konvergenzradius ϱ der folgenden Potenzreihen.

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n + 5} x^n$ $\varrho =$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^{\frac{n}{2}} x^n$ $\varrho =$

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Bestimmen Sie für die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto e^{x^2-y}(5 - 2x + y)$$

den Gradienten

$$\text{grad } f(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{e^{x^2-y} (10x - 4x^2 + 2xy - 2)} \\ \boxed{e^{x^2-y} (-4 + 2x - y)} \end{pmatrix}$$

und alle kritischen Stellen

$$\boxed{P = (1, -2)}$$

Aufgabe 4 (4 Punkte) Führen Sie für die reelle Funktion, die durch den folgenden Term gegeben ist, eine Kurvendiskussion durch:

$$f(x) = \frac{x^2 + 25}{x^2 - 25}$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich:

$$\boxed{\mathbb{R} \setminus \{-5, +5\}}$$

Bestimmen Sie die erste Ableitung von f :

$$\boxed{\frac{-100x}{(x^2 - 25)^2}}$$

Bestimmen Sie alle lokalen Maxima:

$$\boxed{(0, -1)}$$

Bestimmen Sie alle lokalen Minima:

$$\boxed{\text{Es gibt keine Minima.}}$$

Berechnen Sie

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

$$\boxed{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\boxed{1}$$

Aufgabe 5 (6 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Integrale.

$$\int x^2 e^{2x} dx = \left[\frac{1}{4} e^{2x} (1 - 2x + 2x^2) \right] \quad \int \frac{\cos(x)}{(\sin(x))^2 + 1} dx = \left[\arctan(\sin(x)) \right]$$

$$\int \frac{2 \cos(x) \sin(x)}{(\cos(x))^2 + 1} dx = \left[-\ln |(\cos(x))^2 + 1| \right]$$

Aufgabe 6 (3 Punkte) Gegeben sei die Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto e^{2 \cos(x)} .$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f .

$$f'(x) = -2e^{2 \cos(x)} \sin(x)$$

$$f''(x) = -2e^{2 \cos(x)} \cos(x) + 4e^{2 \cos(x)} \sin^2(x)$$

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f, x, 0)$ der Stufe 2 um den Punkt 0 auf.

$$T_2(f, x, 0) = e^2 - e^2 x^2$$

Aufgabe 7 (3 Punkte) Gegeben ist die Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \begin{cases} -x & \text{für } x < -\frac{\pi}{2} \\ |\cos(x)| & \text{für } -\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{3\pi}{2} \\ -x + \frac{3\pi}{2} & \text{für } x \geq \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

Geben Sie an, wo f stetig ist:

$$\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} \right\}$$

Geben Sie an, wo f differenzierbar ist:

$$\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\}$$

Aufgabe 8 (2 Punkte) Bestimmen Sie den Grenzwert, falls dieser existiert. Tragen Sie andernfalls „divergent“ ein.

$$\lim_{t \rightarrow 0+0} \left(t^2 \ln(t), \frac{\tan(t)}{t} \right)^T =$$

$$(0, 1)^T$$

Aufgabe 9 (4 Punkte) Gegeben seien das Vektorfeld

$$g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: (u, v) \mapsto (2uv e^{u^2v}, u^2 e^{u^2v})^T$$

sowie eine Kurve K mit Parametrisierung

$$C: \left[0, \frac{\pi}{6} \right] \rightarrow \mathbb{R}^2: t \mapsto (\cos(t), \sin(t))^T.$$

Berechnen Sie ein zugehöriges Potential

$$U(u, v) =$$

$$e^{u^2v}$$

$$\text{sowie } \int_K g \cdot dx =$$

$$e^{\frac{3}{8}} - 1.$$

Aufgabe 10 (3 Punkte) Gegeben sind

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto -(-x - y - 2)^2$$

und

$$g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: (x, y) \mapsto \begin{pmatrix} 2(-x - y - 2) \\ 2(-x - y - 2) \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie

$$\text{grad } f(x, y) =$$

$$\begin{pmatrix} 2(-x - y - 2) \\ 2(-x - y - 2) \end{pmatrix}$$

$$\text{div } g(x, y) =$$

$$-4$$

Geben Sie ein Potential von g an:

$$U_g(x, y) =$$

$$-(-x - y - 2)^2$$