Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/2	/3	/3	/8	/3	/5	/6	/34

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	$\ln\lvert x\rvert$	b^x	$\sin x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\frac{1}{x}$	$\ln b \cdot b^x$	$\cos x$
$f(x)$	$\tan x$	$\arctan x$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\cos x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\frac{1}{(\cos x)^2}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\cosh x$	$\sinh x$	$-\sin x$

$(a \in \mathbb{R})$

$(b \in \mathbb{R}^+)$

x	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:		**Gruppennr.:**	

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Tragen Sie für die folgenden Reihe entweder den Grenzwert – falls Konvergenz vorliegt – oder „divergent" in das entsprechende Kästchen ein.

$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{6}{7}\right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{(-3)^k}$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2k+2}}{(2k+1)!}$
7	divergent	$\frac{\pi}{2}$

Aufgabe 3 (*2 Punkte*) Bestimmen Sie den Konvergenzradius ρ der folgenden Potenzreihen.

$$\sum_{n=0}^{\infty} 3^n z^{2n} \qquad \rho = \boxed{\frac{1}{\sqrt{3}}} \qquad\qquad \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{z}{3-5i}\right)^k \qquad \rho = \boxed{\sqrt{34}}$$

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x(x+5)} - \sqrt{x^2-2x+3}\right) = \boxed{\frac{7}{2}}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\cos(x)}{e^x} = \boxed{0}$$

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die unbestimmten Integrale:

$$\int x^2 \sin(x)\,\mathrm{d}\,x = \boxed{[(2-x^2)\cos(x) + 2x\sin(x)]}$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{[-\sqrt{1-x^2}]}$$

Aufgabe 6 (*8 Punkte*)

Gegeben ist die Funktion $\quad f : D \to \mathbb{R} : x \mapsto \dfrac{x^2-4x+1}{x^3-x^2+x-1}$.

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $D \subseteqq \mathbb{R}$ von f.

$$D = \boxed{\mathbb{R} \setminus \{1\}}$$

Kreuzen Sie den richtigen Ansatz zur Bestimmung der Partialbruchzerlegung von f an.

- [X] $f(x) = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{Bx+C}{x^2+1}$
- [ ] $f(x) = \dfrac{A}{x^2+1} + \dfrac{B}{x-1} + \dfrac{C}{x+1}$
- [ ] $f(x) = \dfrac{A+Bx}{x-1} + \dfrac{C}{x^2+1}$.

Daraus ergibt sich für die verwendeten Konstanten:

$A = \boxed{-1}$ $\qquad B = \boxed{2}$ $\qquad C = \boxed{-2}$

Somit lautet eine Stammfunktion F von f:

$$F(x) = \boxed{-\ln|x-1| + \ln(x^2+1) - 2\arctan(x) = \ln\left(\frac{x^2+1}{|x-1|}\right) - 2\arctan(x)}$$

Aufgabe 7 (*3 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right) \to \mathbb{R}\colon x \mapsto \sqrt[3]{1+2x}.$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f.

$$f'(x) \quad = \quad \boxed{\frac{2}{3(1+2x)^{2/3}}}$$

$$f''(x) \quad = \quad \boxed{-\frac{8}{9(1+2x)^{5/3}}}$$

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f,x,0)$ der Stufe 2 um den Punkt 0 auf.

$$T_2(f,x,0) = \boxed{1 + \frac{2}{3}x - \frac{4}{9}x^2}$$

Aufgabe 8 (*5 Punkte*)

(a) Sei $\tilde{K}$ die geradlinige Verbindung von $(-2,2)^\intercal$ nach $(-1,1)^\intercal$. Bestimmen Sie eine Parametrisierung $\tilde{C}$ von $\tilde{K}$ mit Parameterintervall $[0,1]$:

$$\tilde{C}\colon [0,1] \to \mathbb{R}^2\colon t \mapsto \left(\boxed{t-2} \,,\, \boxed{2-t} \right)^\intercal$$

(b) Sei nun eine Kurve K durch die Parametrisierung $C\colon [0,1] \to \mathbb{R}^2\colon t \mapsto (-t-1, t+1)^\intercal$ sowie das Vektorfeld

$$g\colon (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \to \mathbb{R}^2\colon (u,v)^\intercal \mapsto \left(u + \frac{u}{v} \,,\, v + 5\frac{v}{u} \right)^\intercal$$

gegeben. Berechnen Sie $\int_C g(x) \bullet \mathrm{d}\,x = \boxed{-1}$.

Aufgabe 9 (*6 Punkte*) Die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto 3 - \frac{3}{4}x - y$$

soll unter der Nebenbedingung $g(x,y) = 0$ mit

$$g(x,y) = 4x^2 + 4y^2 - 9$$

auf Extrema untersucht werden. Berechnen Sie die Gradienten von f und g.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} -\frac{3}{4} \\ -1 \end{pmatrix}} \qquad \operatorname{grad} g(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} 8x \\ 8y \end{pmatrix}}$$

Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion unter dieser Nebenbedingung ihre Maxima und Minima annimmt, sowie die Funktionswerte an diesen Stellen.

Stelle	Funktionswert	Typ
$\left(\frac{9}{10}, \frac{6}{5}\right)$	$\frac{9}{8}$	Minimum
$\left(-\frac{9}{10}, -\frac{6}{5}\right)$	$\frac{39}{8}$	Maximum

---

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/2	/3	/3	/8	/3	/5	/6	/34

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	$\ln\lvert x\rvert$	b^x	$\sin x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\frac{1}{x}$	$\ln b \cdot b^x$	$\cos x$
$f(x)$	$\tan x$	$\arctan x$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\cos x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\frac{1}{(\cos x)^2}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\cosh x$	$\sinh x$	$-\sin x$

$(a \in \mathbb{R})$
$(b \in \mathbb{R}^+)$

x	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: | **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Tragen Sie für die folgenden Reihe entweder den Grenzwert – falls Konvergenz vorliegt – oder „divergent" in das entsprechende Kästchen ein.

$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2k}}{(2k+1)!}$	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+2}{4n^2}$
4	$\frac{2}{\pi}$	divergent

Aufgabe 3 (*2 Punkte*) Bestimmen Sie den Konvergenzradius ρ der folgenden Potenzreihen.

$$\sum_{n=0}^{\infty} 5^n z^{2n} \quad \rho = \boxed{\frac{1}{\sqrt{5}}} \qquad \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{z}{-4+5i}\right)^k \quad \rho = \boxed{\sqrt{41}}$$

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sin(2x)}{e^{-x}} = \boxed{0}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x(x+2)} - \sqrt{x^2-7x+3}\right) = \boxed{\frac{9}{2}}$$

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die unbestimmten Integrale:

$$\int x^2 \cos(x) \,\mathrm{d}\, x = \boxed{[(x^2-2)\sin(x) + 2x\cos(x)]}$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{2-x^2}} \,\mathrm{d}\, x = \boxed{[-\sqrt{2-x^2}]}$$

Aufgabe 6 (*8 Punkte*)

Gegeben ist die Funktion $f : D \to \mathbb{R} : x \mapsto \dfrac{x^2 + 2x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1}$.

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $D \subseteqq \mathbb{R}$ von f.

$$D = \boxed{\mathbb{R} \setminus \{1\}}$$

Kreuzen Sie den richtigen Ansatz zur Bestimmung der Partialbruchzerlegung von f an.

☐ $f(x) = \dfrac{A + Bx}{x - 1} + \dfrac{C}{x^2 + 1}$

☒ $f(x) = \dfrac{A}{x - 1} + \dfrac{Bx + C}{x^2 + 1}$

☐ $f(x) = \dfrac{A}{x - 1} + \dfrac{B}{x - 1} + \dfrac{C}{x + 1}$.

Daraus ergibt sich für die verwendeten Konstanten:

$A = \boxed{2}$ $B = \boxed{-1}$ $C = \boxed{1}$

Somit lautet eine Stammfunktion F von f:

$$F(x) = \boxed{2 \ln |x - 1| - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + \arctan(x) = \ln\left(\frac{(x-1)^2}{\sqrt{x^2+1}}\right) + \arctan(x)}$$

Aufgabe 7 (*3 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon\ (-\infty, 1] \to \mathbb{R}\colon x \mapsto \sqrt[4]{1 - x}.$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f.

$$f'(x) = \boxed{-\frac{1}{4(1-x)^{3/4}}}$$

$$f''(x) = \boxed{-\frac{3}{16(1-x)^{7/4}}}$$

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f, x, 0)$ der Stufe 2 um den Punkt 0 auf.

$$T_2(f, x, 0) = \boxed{1 - \frac{1}{4}x - \frac{3}{32}x^2}$$

Aufgabe 8 (*5 Punkte*)

(a) Sei $\tilde{K}$ die geradlinige Verbindung von $(-2,2)^\intercal$ nach $(-1,1)^\intercal$. Bestimmen Sie eine Parametrisierung $\tilde{C}$ von $\tilde{K}$ mit Parameterintervall $[0,1]$:

$$\tilde{C}\colon [0,1] \to \mathbb{R}^2\colon t \mapsto \left(\boxed{t-2} \, , \, \boxed{2-t} \right)^\intercal$$

(b) Sei nun eine Kurve K durch die Parametrisierung $C\colon [0,1] \to \mathbb{R}^2\colon t \mapsto (-t-1, t+1)^\intercal$ sowie das Vektorfeld

$$g\colon (\mathbb{R} \smallsetminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \smallsetminus \{0\}) \to \mathbb{R}^2\colon (u,v)^\intercal \mapsto \left(v + 4\frac{v}{u} \, , \; u + 6\frac{u}{v} \right)^\intercal$$

gegeben. Berechnen Sie $\displaystyle\int_C g(x) \bullet \mathrm{d}\,x = \boxed{-5}$.

Aufgabe 9 (*6 Punkte*) Die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto -1 - \frac{3}{4}y + x$$

soll unter der Nebenbedingung $g(x,y) = 0$ mit

$$g(x,y) = 4x^2 + 4y^2 - 9$$

auf Extrema untersucht werden. Berechnen Sie die Gradienten von f und g.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{3}{4} \end{pmatrix}} \qquad \operatorname{grad} g(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} 8x \\ 8y \end{pmatrix}}$$

Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion unter dieser Nebenbedingung ihre Maxima und Minima annimmt, sowie die Funktionswerte an diesen Stellen.

Stelle	Funktionswert	Typ
$\left(\frac{6}{5}, -\frac{9}{10}\right)$	$\frac{7}{8}$	Maximum
$\left(-\frac{6}{5}, \frac{9}{10}\right)$	$-\frac{23}{8}$	Minimum

---

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/2	/3	/3	/8	/3	/5	/6	/34

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	$\ln\lvert x\rvert$	b^x	$\sin x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\frac{1}{x}$	$\ln b \cdot b^x$	$\cos x$
$f(x)$	$\tan x$	$\arctan x$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\cos x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\frac{1}{(\cos x)^2}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\cosh x$	$\sinh x$	$-\sin x$

$(a \in \mathbb{R})$
$(b \in \mathbb{R}^+)$

x	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:		**Gruppennr.:**	

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Tragen Sie für die folgenden Reihe entweder den Grenzwert – falls Konvergenz vorliegt – oder „divergent“ in das entsprechende Kästchen ein.

$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{(-5)^k}$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \pi^{2k+1}}{(2k)!}$
3	divergent	$-\pi$

Aufgabe 3 (*2 Punkte*) Bestimmen Sie den Konvergenzradius ρ der folgenden Potenzreihen.

$$\sum_{n=0}^{\infty} 2^n z^{2n} \qquad \rho = \boxed{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{z}{-2+4i}\right)^k \qquad \rho = \boxed{\sqrt{20}}$$

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x(x-1)} - \sqrt{x^2+4x+3}\right) = \boxed{-\frac{5}{2}}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{-\sin(x)}{e^{3x}} = \boxed{0}$$

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die unbestimmten Integrale:

$$\int x^2 \sinh(x) \,\mathrm{d}\, x = \boxed{[(x^2+2)\cosh(x) - 2x\sinh(x)]}$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \,\mathrm{d}\, x = \boxed{[\sqrt{x^2-2}]}$$

Aufgabe 6 (*8 Punkte*)

Gegeben ist die Funktion $f : D \to \mathbb{R} : x \mapsto \dfrac{3x^2 - 3x + 2}{x^3 - x^2 + x - 1}$.

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $D \subseteq \mathbb{R}$ von f.

$D = \boxed{\mathbb{R} \setminus \{1\}}$

Kreuzen Sie den richtigen Ansatz zur Bestimmung der Partialbruchzerlegung von f an.

☐ $f(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x-1} + \dfrac{C}{x+1}$

☐ $f(x) = \dfrac{A + Bx}{x-1} + \dfrac{C}{x^2+1}$

☒ $f(x) = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{Bx + C}{x^2+1}$.

Daraus ergibt sich für die verwendeten Konstanten:

$A = \boxed{1}$ $B = \boxed{2}$ $C = \boxed{-1}$

Somit lautet eine Stammfunktion F von f:

$$F(x) = \boxed{\ln|x-1| + \ln(x^2+1) - \arctan(x) = \ln\left((x^2+1)|x-1|\right) - \arctan(x)}$$

Aufgabe 7 (*3 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right) \to \mathbb{R}\colon x \mapsto \sqrt[4]{1+2x}.$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f.

$$f'(x) = \boxed{\frac{1}{2(1+2x)^{3/4}}}$$

$$f''(x) = \boxed{-\frac{3}{4(1+2x)^{7/4}}}$$

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f, x, 0)$ der Stufe 2 um den Punkt 0 auf.

$$T_2(f, x, 0) = \boxed{1 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{8}x^2}$$

Aufgabe 8 (*5 Punkte*)

(a) Sei $\tilde{K}$ die geradlinige Verbindung von $(2,-2)^\mathsf{T}$ nach $(1,-1)^\mathsf{T}$. Bestimmen Sie eine Parametrisierung $\tilde{C}$ von $\tilde{K}$ mit Parameterintervall $[0,1]$:

$$\tilde{C}\colon [0,1] \to \mathbb{R}^2\colon t \mapsto \left(\boxed{2-t} \ , \ \boxed{t-2} \right)^\mathsf{T}$$

(b) Sei nun eine Kurve K durch die Parametrisierung $C\colon [0,1] \to \mathbb{R}^2\colon t \mapsto (t+1, -t-1)^\mathsf{T}$ sowie das Vektorfeld

$$g\colon (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \to \mathbb{R}^2\colon (u,v)^\mathsf{T} \mapsto \left(u + 3\frac{u}{v} \ , \ v + 5\frac{v}{u} \right)^\mathsf{T}$$

gegeben. Berechnen Sie $\displaystyle\int_C g(x) \bullet \mathrm{d}\,x = \boxed{5}$.

Aufgabe 9 (*6 Punkte*) Die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto 2 + \frac{3}{4}y - x$$

soll unter der Nebenbedingung $g(x,y) = 0$ mit

$$g(x,y) = 4x^2 + 4y^2 - 9$$

auf Extrema untersucht werden. Berechnen Sie die Gradienten von f und g.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} -1 \\ \frac{3}{4} \end{pmatrix}} \qquad \operatorname{grad} g(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} 8x \\ 8y \end{pmatrix}}$$

Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion unter dieser Nebenbedingung ihre Maxima und Minima annimmt, sowie die Funktionswerte an diesen Stellen.

Stelle	Funktionswert	Typ
$\left(\frac{6}{5}, -\frac{9}{10}\right)$	$\frac{1}{8}$	Minimum
$\left(-\frac{6}{5}, \frac{9}{10}\right)$	$\frac{31}{8}$	Maximum

---

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/2	/3	/3	/8	/3	/5	/6	/34

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

  Viel Erfolg!

$f(x)$	x^a	e^x	$\ln\|x\|$	b^x	$\sin x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\frac{1}{x}$	$\ln b \cdot b^x$	$\cos x$
$f(x)$	$\tan x$	$\arctan x$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\cos x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\frac{1}{(\cos x)^2}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\cosh x$	$\sinh x$	$-\sin x$

$(a \in \mathbb{R})$
$(b \in \mathbb{R}^+)$

x	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:		**Gruppennr.:**	

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Tragen Sie für die folgenden Reihe entweder den Grenzwert – falls Konvergenz vorliegt – oder „divergent“ in das entsprechende Kästchen ein.

$\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{4}{5}\right)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k\pi^{2k-1}}{(2k)!}$	$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{n+4}{2n^2}$
5	$-\frac{1}{\pi}$	divergent

Aufgabe 3 (*2 Punkte*) Bestimmen Sie den Konvergenzradius ρ der folgenden Potenzreihen.

$$\sum_{n=0}^{\infty} 7^n z^{2n} \quad \rho = \boxed{\frac{1}{\sqrt{7}}} \qquad \sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{z}{5-2i}\right)^k \quad \rho = \boxed{\sqrt{29}}$$

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sin(x)}{e^{-3x}} = \boxed{0}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x(x-2)}-\sqrt{x^2+x+3}\right) = \boxed{-\frac{3}{2}}$$

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die unbestimmten Integrale:

$$\int x^2\cosh(x)\,\mathrm{d}\,x = \boxed{[(x^2+2)\sinh(x)-2x\cosh(x)]}$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{[\sqrt{x^2-1}]}$$

Aufgabe 6 (*8 Punkte*)

Gegeben ist die Funktion $f : D \to \mathbb{R} : x \mapsto \dfrac{-x^2 + x - 2}{x^3 - x^2 + x - 1}$.

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $D \subseteqq \mathbb{R}$ von f.

$D = \boxed{\mathbb{R} \setminus \{1\}}$

Kreuzen Sie den richtigen Ansatz zur Bestimmung der Partialbruchzerlegung von f an.

- [ ] $f(x) = \dfrac{A + Bx}{x - 1} + \dfrac{C}{x^2 + 1}$
- [X] $f(x) = \dfrac{A}{x - 1} + \dfrac{Bx + C}{x^2 + 1}$
- [ ] $f(x) = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x - 1} + \dfrac{C}{x + 1}$.

Daraus ergibt sich für die verwendeten Konstanten:

$A = \boxed{-1}$ $B = \boxed{0}$ $C = \boxed{1}$

Somit lautet eine Stammfunktion F von f:

$F(x) = \boxed{-\ln|x - 1| + \arctan(x)}$

Aufgabe 7 (*3 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon\ (-\infty, 1] \to \mathbb{R}\colon x \mapsto \sqrt[3]{1 - x}.$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f.

$$f'(x) = \boxed{-\frac{1}{3(1 - x)^{2/3}}}$$

$$f''(x) = \boxed{-\frac{2}{9(1 - x)^{5/3}}}$$

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f, x, 0)$ der Stufe 2 um den Punkt 0 auf.

$$T_2(f, x, 0) = \boxed{1 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x^2}$$

Aufgabe 8 (*5 Punkte*)

(a) Sei $\tilde{K}$ die geradlinige Verbindung von $(2,-2)^\mathsf{T}$ nach $(1,-1)^\mathsf{T}$. Bestimmen Sie eine Parametrisierung $\tilde{C}$ von $\tilde{K}$ mit Parameterintervall $[0,1]$:

$$\tilde{C}\colon [0,1] \to \mathbb{R}^2\colon t \mapsto \left(\boxed{2-t} \,,\, \boxed{t-2} \right)^\mathsf{T}$$

(b) Sei nun eine Kurve K durch die Parametrisierung $C\colon [0,1] \to \mathbb{R}^2\colon t \mapsto (t+1,-t-1)^\mathsf{T}$ sowie das Vektorfeld

$$g\colon (\mathbb{R} \smallsetminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \smallsetminus \{0\}) \to \mathbb{R}^2\colon (u,v)^\mathsf{T} \mapsto \left(v + 4\frac{v}{u} \,,\, u + 6\frac{u}{v} \right)^\mathsf{T}$$

gegeben. Berechnen Sie $\displaystyle\int_C g(x) \bullet \mathrm{d}\,x = \boxed{-1}$.

Aufgabe 9 (*6 Punkte*) Die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto 1 + \frac{3}{4}x + y$$

soll unter der Nebenbedingung $g(x,y) = 0$ mit

$$g(x,y) = 4x^2 + 4y^2 - 9$$

auf Extrema untersucht werden. Berechnen Sie die Gradienten von f und g.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ 1 \end{pmatrix}} \qquad \operatorname{grad} g(x,y) = \boxed{\begin{pmatrix} 8x \\ 8y \end{pmatrix}}$$

Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion unter dieser Nebenbedingung ihre Maxima und Minima annimmt, sowie die Funktionswerte an diesen Stellen.

Stelle	Funktionswert	Typ
$\left(\frac{9}{10}, \frac{6}{5}\right)$	$\frac{23}{8}$	Maximum
$\left(-\frac{9}{10}, -\frac{6}{5}\right)$	$-\frac{7}{8}$	Minimum

---