

Name,
 Vorname:

Matrikel-
 Nummer:

Studien-
 gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe
Punkte	/1	/3	/3	/4	/5	/5	/3	/4	/2	/2	/32

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
 Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen und Stammfunktionen könnten hilfreich sein:

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan(x)$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln x $	$\cos x$	$\arctan(x)$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b) b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

$a, b \in \mathbb{R}, b > 0$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

Aufgabe 2 (3 Punkte) Bestimmen Sie folgende Grenzwerte.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \boxed{}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right) = \boxed{}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \left(\frac{5}{9} \right)^{k+1} = \boxed{}$$

Aufgabe 3 (3 Punkte) Geben Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Radius $\rho \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ des Konvergenzkreises an.

	$\sum_{k=0}^{\infty} (k^2 - k + 4)(z + 5i)^k$	$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(z-i)^{3k}}{27^k}$	$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(z+i-1)^k}{(k-2)!}$
z_0			
ρ			

Aufgabe 4 (4 Punkte) Bestimmen Sie für die Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto e^{\sin(x/2)}$$

die erste und zweite Ableitung:

$$f'(x) = \boxed{}$$

$$f''(x) = \boxed{}$$

Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von f sowie deren Typ:

Aufgabe 5 (5 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Integrale. Falls ein uneigentliches Integral nicht existiert, tragen Sie „divergent“ ein.

$$\int \frac{1}{x(1 + \ln x)} dx = \boxed{}$$

$$\int e^{-x} \cos(2x) dx = \boxed{}$$

$$\int_0^{+\infty} e^{-x} \cos(2x) dx = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (4 Punkte)

(a) Gegeben ist das Vektorfeld

$$g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \cos(e^{xyz}) e^{xyz} yz \\ \cos(e^{xyz}) e^{xyz} xz \\ \cos(e^{xyz}) e^{xyz} xy \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie ein Potential U von g .

$$U(x, y, z) = \boxed{}$$

(b) Geben Sie ein Vektorfeld h an, welches das Potential

$$V: \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto \frac{e^{xy}}{xy}$$

besitzt.

$$h(x, y) = \boxed{}$$

Aufgabe 9 (2 Punkte) Gegeben seien ein Vektorfeld $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ sowie die Kurve

$$C: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2: t \mapsto \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie

die Zirkulation von f längs C

$$\boxed{}$$

und

den Ausfluss durch C

$$\boxed{}$$

Aufgabe 10 (2 Punkte) Gegeben seien das Vektorfeld f sowie die Kurve C :

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} xy \\ 1 \end{pmatrix} \quad C: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2: t \mapsto \begin{pmatrix} t^2 \\ t \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie

$$C'(t) = \boxed{}$$

und

$$\int_C f(x) \cdot dx = \boxed{}$$