

Name,

Matrikel-

Studien-

Vorname:

Nummer:

gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/3	/3	/7	/5	/3	/3	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

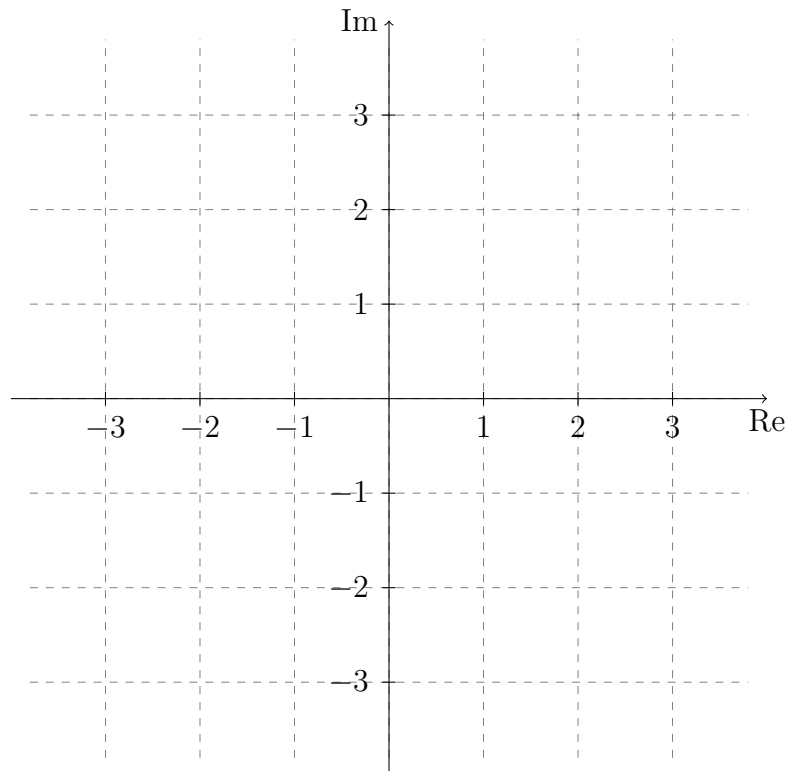
Aufgabe 2 (3 Punkte) Die Ebene E ist gegeben durch die Gleichung $-x_1 + 2x_2 + x_3 = 1$.

(a) Geben Sie die Hessesche Normalform für E an:(b) Welchen Abstand hat E vom Ursprung?(c) Bestimmen Sie den Abstand des Punkts $B = (3, 2, 5)$ von E :

Aufgabe 3 (3 Punkte) Skizzieren Sie die Mengen

$$M_1 = \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} \left(\frac{2}{z} \right) \geq 1 \right\}, \quad M_2 = \left\{ z \in \mathbb{C} : z\bar{z} \leq 4 \text{ und } 0 \leq \arg(z) \leq \frac{\pi}{2} \right\}$$

in der Gaußschen Zahlenebene.



Aufgabe 4 (3 Punkte) Gegeben ist die Pyramide mit den Eckpunkten

$$A := (1, 1, -1), \quad B := (1, 3, -2), \quad C := (2, 1, -5) \quad \text{und} \quad D := (8, 3, -1).$$

Bestimmen Sie einen Normalenvektor \vec{n} (der Länge 1) auf der Seite ABD und berechnen Sie die Fläche F dieser Seite.

$\vec{n} =$

$F =$

Aufgabe 5 (7 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils alle $x \in \mathbb{R}$, für die folgende Ungleichungen erfüllt sind:

(a) $\left| \frac{1}{x} \right| + \frac{5}{3x} \geq 8$

$x \in$

(b) $|x + 1| - 3x \leq |3x - |x + 1||$

$x \in$

(c) $\frac{x^2 - 1}{x + 2} \geq 0$

$x \in$

Aufgabe 6 (5 Punkte) Gegeben ist das reelle, lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & \alpha \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Determinante der Matrix A .

$\det A =$

(b) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ besitzt das System eine eindeutige Lösung?

Berechnen Sie diese Lösung. $x =$

Aufgabe 7 (3 Punkte) Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 4 \\ -1 & -4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie: $\text{Rg } A = \square$ $\det B = \square$ $\det(AB) = \square$

Aufgabe 8 (3 Punkte) Gegeben sind die folgenden Matrizen.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ e & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1+i & -1 \\ 1 & 1-i \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie, wenn möglich, die folgenden Matrizen. Tragen Sie „existiert nicht“ in den Kasten ein, falls die Operation nicht möglich ist.

$$A^T = \square \qquad BB^T = \square \qquad C^{-1} = \square$$

Aufgabe 9 (3 Punkte) Gegeben sei die lineare Abbildung $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$\varphi \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \varphi \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

(a) Geben Sie die Matrixdarstellung von φ bezüglich der Standardbasis E an.

$${}_E\varphi_E = \square$$

(b) Bestimmen Sie das Bild von $x = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ unter φ .

$$\varphi(x) = \square$$

Name,
Vorname:Matrikel-
Nummer:Studien-
gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/3	/3	/7	/5	/3	/3	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

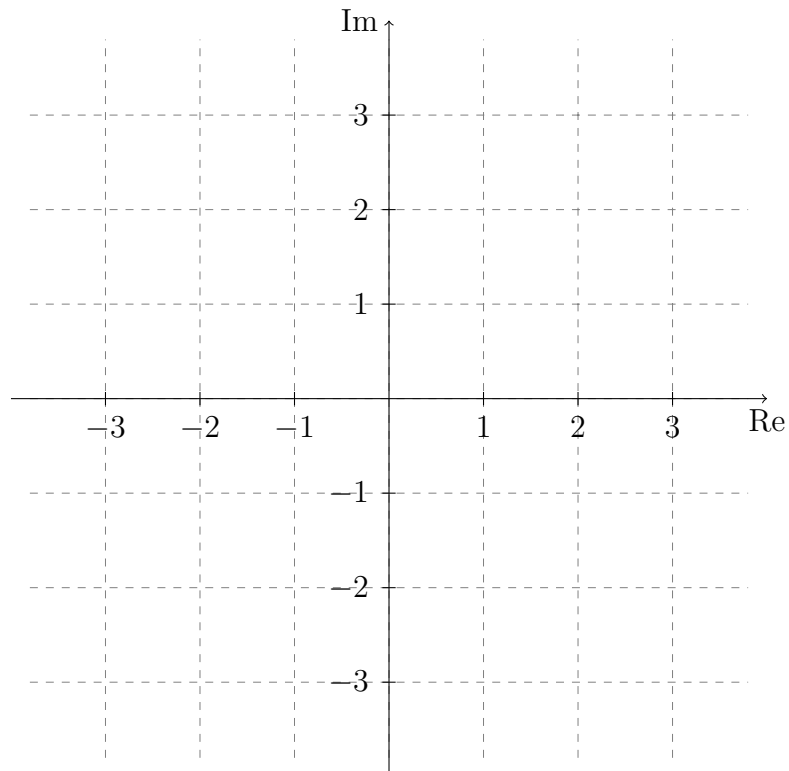
Aufgabe 2 (3 Punkte) Die Ebene E ist gegeben durch die Gleichung $2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1$.

(a) Geben Sie die Hessesche Normalform für E an:(b) Welchen Abstand hat E vom Ursprung?(c) Bestimmen Sie den Abstand des Punkts $B = (5, 1, 4)$ von E :

Aufgabe 3 (3 Punkte) Skizzieren Sie die Mengen

$$M_1 = \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} \left(-\frac{2}{z} \right) \geq 1 \right\}, \quad M_2 = \left\{ z \in \mathbb{C} : z\bar{z} \leq 9 \text{ und } \pi \leq \arg(z) \leq \frac{3\pi}{2} \right\}$$

in der Gaußschen Zahlenebene.



Aufgabe 4 (3 Punkte) Gegeben ist die Pyramide mit den Eckpunkten

$$A := (1, 2, -2), \quad B := (3, 6, 3), \quad C := (-2, 2, 3) \quad \text{und} \quad D := (0, -1, 3).$$

Bestimmen Sie einen Normalenvektor \vec{n} (der Länge 1) auf der Seite CDA und berechnen Sie die Fläche F dieser Seite.

$\vec{n} =$

$F =$

Aufgabe 5 (7 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils alle $x \in \mathbb{R}$, für die folgende Ungleichungen erfüllt sind:

(a) $2x - |x + 3| \leq |x + 3| - 2x$

$x \in$

(b) $\left| \frac{1}{x} \right| + \frac{7}{2x} \geq 9$

$x \in$

(c) $\frac{x^2 - 4}{3 - x} \geq 0$

$x \in$

Aufgabe 6 (5 Punkte) Gegeben ist das reelle, lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Determinante der Matrix A .

$\det A =$

(b) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ besitzt das System eine eindeutige Lösung?

Berechnen Sie diese Lösung. $x =$

Aufgabe 7 (3 Punkte) Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie: $\det A = \square$ $\text{Rg } B = \square$ $\det(AB) = \square$

Aufgabe 8 (3 Punkte) Gegeben sind die folgenden Matrizen.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & \ln 5 \\ 1 & 4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1-i \\ 1+i & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie, wenn möglich, die folgenden Matrizen. Tragen Sie „existiert nicht“ in den Kasten ein, falls die Operation nicht möglich ist.

$$A^T = \square \qquad B^T B = \square \qquad C^{-1} = \square$$

Aufgabe 9 (3 Punkte) Gegeben sei die lineare Abbildung $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$\varphi \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \varphi \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

(a) Geben Sie die Matrixdarstellung von φ bezüglich der Standardbasis E an.

$${}_E \varphi_E = \square$$

(b) Bestimmen Sie das Bild von $x = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ unter φ .

$$\varphi(x) = \square$$

Name,
Vorname:Matrikel-
Nummer:Studien-
gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/3	/3	/7	/5	/3	/3	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

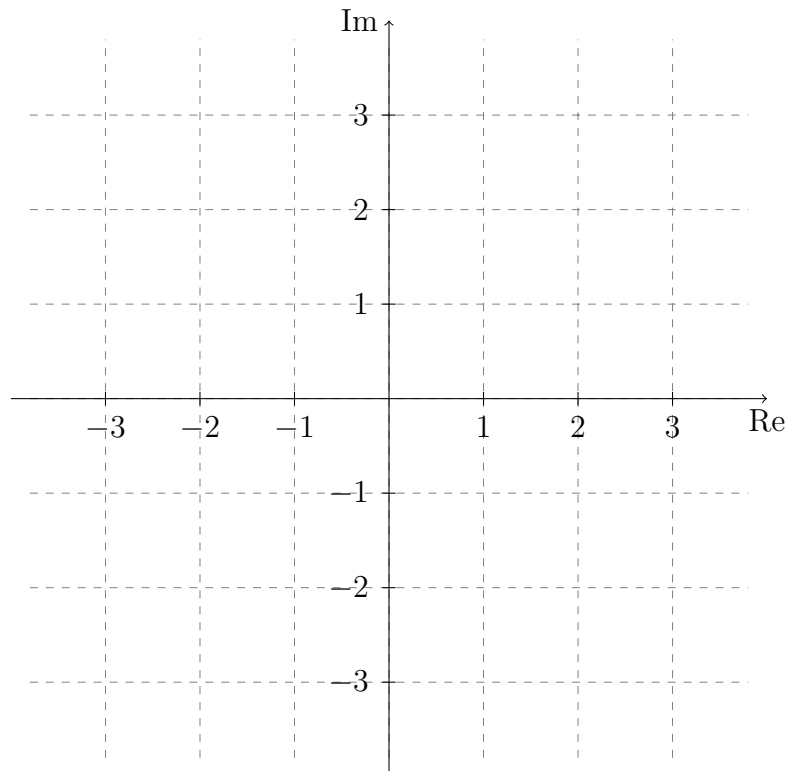
Aufgabe 2 (3 Punkte) Die Ebene E ist gegeben durch die Gleichung $4x_1 - x_2 + 2x_3 = 1$.

(a) Geben Sie die Hessesche Normalform für E an:(b) Welchen Abstand hat E vom Ursprung?(c) Bestimmen Sie den Abstand des Punkts $B = (3, -2, 1)$ von E :

Aufgabe 3 (3 Punkte) Skizzieren Sie die Mengen

$$M_1 = \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} \left(\frac{2}{z} \right) \geq 1 \right\}, \quad M_2 = \left\{ z \in \mathbb{C} : z\bar{z} \leq 9 \text{ und } \frac{\pi}{2} \leq \arg(z) \leq \pi \right\}$$

in der Gaußschen Zahlenebene.



Aufgabe 4 (3 Punkte) Gegeben ist die Pyramide mit den Eckpunkten

$$A := (2, 2, -1), \quad B := (2, 3, -3), \quad C := (0, -1, 3) \quad \text{und} \quad D := (-6, 2, 4).$$

Bestimmen Sie einen Normalenvektor \vec{n} (der Länge 1) auf der Seite ABD und berechnen Sie die Fläche F dieser Seite.

$\vec{n} =$

$F =$

Aufgabe 5 (7 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils alle $x \in \mathbb{R}$, für die folgende Ungleichungen erfüllt sind:

(a) $\left| \frac{1}{x} \right| + \frac{5}{4x} \geq 9$

$x \in$

(b) $\frac{1-x^2}{x-3} \geq 0$

$x \in$

(c) $5x + |x-1| \leq |x-1| + 5x$

$x \in$

Aufgabe 6 (5 Punkte) Gegeben ist das reelle, lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & \alpha & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Determinante der Matrix A .

$\det A =$

(b) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ besitzt das System eine eindeutige Lösung?

Berechnen Sie diese Lösung. $x =$

Aufgabe 7 (3 Punkte) Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -4 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie: $\text{Rg } A = \square$ $\det B = \square$ $\det(AB) = \square$

Aufgabe 8 (3 Punkte) Gegeben sind die folgenden Matrizen.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & e \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1-i & 1 \\ -1 & 1+i \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie, wenn möglich, die folgenden Matrizen. Tragen Sie „existiert nicht“ in den Kasten ein, falls die Operation nicht möglich ist.

$$A^T = \square \qquad BB^T = \square \qquad C^{-1} = \square$$

Aufgabe 9 (3 Punkte) Gegeben sei die lineare Abbildung $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$\varphi \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \varphi \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

(a) Geben Sie die Matrixdarstellung von φ bezüglich der Standardbasis E an.

$${}_E\varphi_E = \square$$

(b) Bestimmen Sie das Bild von $x = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ unter φ .

$$\varphi(x) = \square$$

Name,

Matrikel-

Studien-

Vorname:

Nummer:

gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/3	/3	/7	/5	/3	/3	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

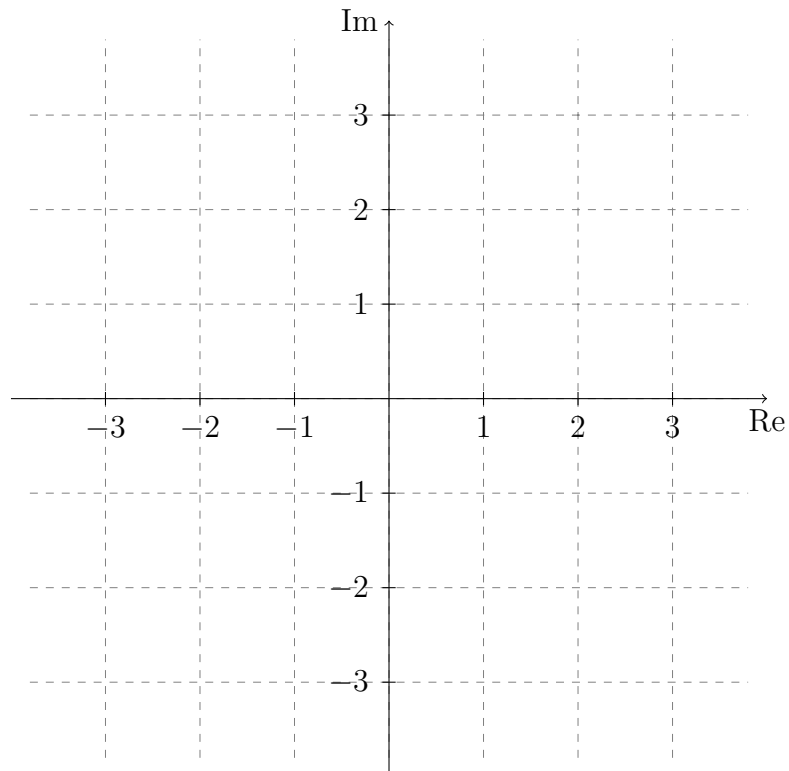
Aufgabe 2 (3 Punkte) Die Ebene E ist gegeben durch die Gleichung $x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1$.

(a) Geben Sie die Hessesche Normalform für E an:(b) Welchen Abstand hat E vom Ursprung?(c) Bestimmen Sie den Abstand des Punkts $B = (2, 6, 3)$ von E :

Aufgabe 3 (3 Punkte) Skizzieren Sie die Mengen

$$M_1 = \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} \left(-\frac{2}{z} \right) \geq 1 \right\}, \quad M_2 = \left\{ z \in \mathbb{C} : z\bar{z} \leq 4 \text{ und } \frac{3\pi}{2} \leq \arg(z) \leq 2\pi \right\}$$

in der Gaußschen Zahlenebene.



Aufgabe 4 (3 Punkte) Gegeben ist die Pyramide mit den Eckpunkten

$$A := (3, 2, -1), \quad B := (4, -1, 3), \quad C := (-4, 2, 0) \quad \text{und} \quad D := (-4, 3, -2).$$

Bestimmen Sie einen Normalenvektor \vec{n} (der Länge 1) auf der Seite CDA und berechnen Sie die Fläche F dieser Seite.

$\vec{n} =$

$F =$

Aufgabe 5 (7 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils alle $x \in \mathbb{R}$, für die folgende Ungleichungen erfüllt sind:

(a) $\frac{4-x^2}{5-x} \geq 0$

$x \in$

(b) $|x+2| + x \leq |x + |x+2||$

$x \in$

(c) $\left| \frac{1}{x} \right| + \frac{4}{3x} \geq 7$

$x \in$

Aufgabe 6 (5 Punkte) Gegeben ist das reelle, lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ \alpha & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Determinante der Matrix A .

$\det A =$

(b) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ besitzt das System eine eindeutige Lösung?

Berechnen Sie diese Lösung. $x =$

Aufgabe 7 (3 Punkte) Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie: $\det A = \square$ $\text{Rg } B = \square$ $\det(AB) = \square$

Aufgabe 8 (3 Punkte) Gegeben sind die folgenden Matrizen.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 5 \\ -1 & \ln 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1+i \\ 1-i & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie, wenn möglich, die folgenden Matrizen. Tragen Sie „existiert nicht“ in den Kasten ein, falls die Operation nicht möglich ist.

$$A^T = \square \qquad B^T B = \square \qquad C^{-1} = \square$$

Aufgabe 9 (3 Punkte) Gegeben sei die lineare Abbildung $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$\varphi \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \varphi \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

(a) Geben Sie die Matrixdarstellung von φ bezüglich der Standardbasis E an.

$${}_E \varphi_E = \square$$

(b) Bestimmen Sie das Bild von $x = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ unter φ .

$$\varphi(x) = \square$$