

Name,  
Vorname:Matrikel-  
Nummer:Studien-  
gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/2	/3	/4	/8	/3	/3	/4	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

*Viel Erfolg!*

$f(x)$	$x^a$	$e^x$	$\ln x $	$b^x$	$\sin x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	$e^x$	$\frac{1}{x}$	$\ln b \cdot b^x$	$\cos x$
$f(x)$	$\tan x$	$\arctan x$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\cos x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\frac{1}{(\cos x)^2}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\cosh x$	$\sinh x$	$-\sin x$

 $(a \in \mathbb{R})$  $(b \in \mathbb{R}^+)$ 

$x$	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

**Aufgabe 1** (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

**Aufgabe 2** (2 Punkte) Berechnen Sie

$$\lim_{x \rightarrow 0+0} x^x = \boxed{\phantom{0}}$$

$$(x^x)' = \boxed{\phantom{0}}$$

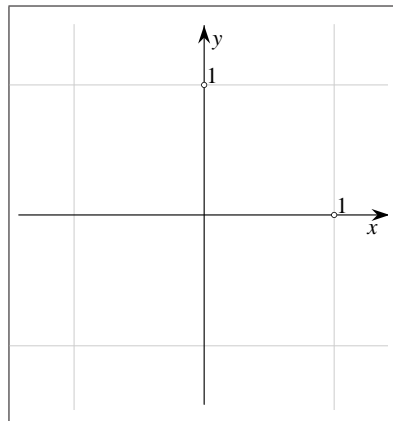
**Aufgabe 3** (3 Punkte) Tragen Sie für die folgenden Reihen den Konvergenzradius in das entsprechende Kästchen ein.

$\sum_{k=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^k \cdot k \cdot (z-i)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{25}\right)^k \cdot z^{2k}$	$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{k^3 - 1}{k^2 + k + 1}\right) \cdot z^k$

**Aufgabe 4** (4 Punkte) Gegeben sei die Funktion

$$h: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto (x^2 + y^2 - 1)x.$$

Skizzieren Sie die Nullstellenmenge der Funktion und markieren Sie die Bereiche mit positiven beziehungsweise negativen Funktionswerten:



Bestimmen Sie

$$\text{grad}(h)(x, y) = \boxed{\phantom{0, 0}}.$$

Bestimmen und klassifizieren Sie alle kritischen Stellen der Funktion  $h$ . Berechnen Sie außerdem den Funktionswert an diesen Stellen.

Stelle	Funktionswert	Typ

**Aufgabe 5** (8 Punkte) Bestimmen Sie

$$\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} \, dx = \boxed{\phantom{000}}$$

$$\int_0^a x^2 \cos(x) \, dx = \boxed{\phantom{000}}$$

$$\int_{-2}^0 |x| \, dx = \boxed{\phantom{000}}$$

$$\int \frac{2}{x^2 + 2x} \, dx = \boxed{\phantom{000}}$$

**Aufgabe 6** (3 Punkte) Gegeben sei die Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto x \cdot e^x.$$

Bestimmen Sie die  $n$ -te Ableitung von  $f$ .

$$A(n) : \quad f^{(n)}(x) = \boxed{\phantom{000}}$$

Beweisen Sie nun die Richtigkeit Ihrer Behauptung  $A(n)$  per Induktion.

**(IA)** Die Behauptung  $A(n)$  gilt für  $n = \boxed{\phantom{00}}$ :

$$f^{\boxed{\phantom{00}}}(x) = \boxed{\phantom{000}}$$

**(IS)** Angenommen, die Behauptung  $A(n)$  sei bewiesen für ein  $n \in \mathbb{N}_0$ .

Formulieren Sie die Behauptung  $A(n+1)$ :

Berechnen Sie nun

$$\frac{d}{dx} f^{(n)}(x) = \boxed{\phantom{000}}$$

**Aufgabe 7** (3 Punkte) Gegeben sei die Funktion

$$g_\alpha: \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}^2: (x, y)^\top \mapsto \left(\ln(y), \frac{x}{y}\alpha^2\right)^\top.$$

Bestimmen Sie die Jacobi-Matrix:

$$J(g_\alpha)(x, y) =$$

Für welche  $\alpha \in \mathbb{R}$  existiert ein Potential von  $g_\alpha$ ?

Bestimmen Sie ein Potential  $U$  von  $g_1$ :

$$U(x, y) =$$

**Aufgabe 8** (4 Punkte) Bestimmen Sie jeweils die Menge aller  $x \in \mathbb{R}$ , welche die folgenden Ungleichungen erfüllen:

$$\frac{|x-3| + |x+3|}{6} \leq 2$$

$$x - 11 < x^2 - 13$$

**Aufgabe 9** (3 Punkte) Gegeben sei die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto e^{xy}.$$

Bestimmen Sie das Taylorpolynom 2. Stufe um den Entwicklungspunkt  $(1, 2)$ :

$$T_2(f, (x, y), (1, 2)) =$$