Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/4	/2	/5	/7	/4	/3	/2	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein:

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\left(\cos(x)\right)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Konvergenzradius $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$.

	$\sum_{\ell=3}^{\infty} \left(\frac{z-2}{\ell+2}\right)^{\ell}$	$\sum_{m=3}^{\infty} \frac{(-1)^m}{5m+1}(z+3-\mathrm{i})^m$	$\sum_{n=3}^{\infty} 3^n \left(\frac{1}{2}z - \mathrm{i}\right)^n$
z_0			
ρ			

Aufgabe 3 (*4 Punkte*)

Es sind die folgenden Funktionen gegeben:

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto 2\cosh\left(\sqrt{2}\,x\right) - 2 \quad \text{und} \quad g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto 1 - \cos(x)\,.$$

(a) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \boxed{}\,, \qquad \lim_{x\to 0} \sqrt{2}\,\mathrm{e}^{f(x)} = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie die folgende Ableitung:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,x}\, f\left(g(x)\right) = \boxed{}\,.$$

Aufgabe 4 (*2 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}\colon x \mapsto 4x^2 - (x - 8x^2)\ln(x)$$

(a) Bestimmen Sie die erste Ableitung von f.

$$f'(x) = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von f.

$$\boxed{}$$

Aufgabe 5 (*5 Punkte*) Berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^{-2} \frac{1}{x^4}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int 2x\exp(3x)\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int 6x\sin(3x^2)\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int_{1}^{2} 7^x\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*7 Punkte*) Gegeben ist die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto x^2(y+1) + y^3 + 3y^2 + 2y\,.$$

Bestimmen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix von f.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}, \quad \mathrm{H}f\,(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}$$

Geben Sie alle kritischen Stellen von f und deren Typ an.

kritische Stelle	Typ

Bestimmen Sie das Taylor-Polynom 2. Stufe zum Entwicklungspunkt $(0,-2)$:

$$T_2(f,(x,y),(0,-2)) = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (*4 Punkte*) Gegeben ist die Potenzreihe

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n}{(n-1)!} x^{2n-1} .$$

(a) Geben Sie die Stammfunktion F von f mit $F(0) = 0$ als Potenzreihe an.

$F(x) =$

(b) Geben Sie F aus **(a)** in geschlossener Form an.

$F(x) =$

(c) Berechnen Sie daraus eine geschlossene Form von f.

$f(x) =$

Aufgabe 8 (*3 Punkte*) Gegeben sei das vom reellen Parameter α abhängige Vektorfeld

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{xy}\,(3xy + 7y^2 + 3) \\ \mathrm{e}^{xy}\,(3x^2 + \alpha xy + 7) \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie die folgenden Ableitungen der Komponentenfunktionen f_1 und f_2:

$\frac{\partial}{\partial y} f_1(x, y) =$

$\frac{\partial}{\partial x} f_2(x, y) =$

Bestimmen Sie die Werte von α, für die f ein Potential besitzt.

Aufgabe 9 (*2 Punkte*) Ermitteln Sie drei verschiedene Häufungspunkte der Folge

$$\left(-5 \sin\left(n\frac{\pi}{3} + \frac{1}{n}\right)\right)_{n \in \mathbb{N}} .$$

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/4	/2	/5	/7	/4	/3	/2	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein:

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\left(\cos(x)\right)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Konvergenzradius $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$.

	$\sum_{\ell=3}^{\infty} \frac{(-1)^\ell}{7\ell+1}(z-3)^\ell$	$\sum_{m=3}^{\infty} 4^m \left(\frac{1}{3}z + \mathrm{i}\right)^m$	$\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{z+2-\mathrm{i}}{n+1}\right)^n$
z_0			
ρ			

Aufgabe 3 (*4 Punkte*)

Es sind die folgenden Funktionen gegeben:

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto 2\cosh\left(\sqrt{3}\,x\right) - 2 \quad \text{und} \quad g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto 1 - \cos(x)\,.$$

(a) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \boxed{}\,, \qquad \lim_{x\to 0} \sqrt{3}\,\mathrm{e}^{f(x)} = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie die folgende Ableitung:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,x}\, f\left(g(x)\right) = \boxed{}\,.$$

Aufgabe 4 (*2 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}\colon x \mapsto (9x^2 - x)\ln(x) + \frac{9}{2}x^2$$

(a) Bestimmen Sie die erste Ableitung von f.

$$f'(x) = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von f.

$$\boxed{}$$

Aufgabe 5 (*5 Punkte*) Berechnen Sie

$$\int_5^{+\infty} -\frac{2}{x^2}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int 3x\exp(2x)\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int 6x^2\cos(2x^3)\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int_1^3 2^x\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*7 Punkte*) Gegeben ist die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto y^2(x+1) + x^3 + 3x^2 + 2x\,.$$

Bestimmen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix von f.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}, \quad \mathrm{H}f\,(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}$$

Geben Sie alle kritischen Stellen von f und deren Typ an.

kritische Stelle	Typ

Bestimmen Sie das Taylor-Polynom 2. Stufe zum Entwicklungspunkt $(-2,0)$:

$$T_2(f,(x,y),(-2,0)) = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (*4 Punkte*) Gegeben ist die Potenzreihe

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{(n-1)!} x^{2n-1} .$$

(a) Geben Sie die Stammfunktion F von f mit $F(0) = 0$ als Potenzreihe an.

$F(x) =$

(b) Geben Sie F aus **(a)** in geschlossener Form an.

$F(x) =$

(c) Berechnen Sie daraus eine geschlossene Form von f.

$f(x) =$

Aufgabe 8 (*3 Punkte*) Gegeben sei das vom reellen Parameter α abhängige Vektorfeld

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{xy}\,(3xy + 6y^2 + 3) \\ \mathrm{e}^{xy}\,(3x^2 + \alpha xy + 6) \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie die folgenden Ableitungen der Komponentenfunktionen f_1 und f_2:

$\frac{\partial}{\partial y} f_1(x, y) =$

$\frac{\partial}{\partial x} f_2(x, y) =$

Bestimmen Sie die Werte von α, für die f ein Potential besitzt.

Aufgabe 9 (*2 Punkte*) Ermitteln Sie drei verschiedene Häufungspunkte der Folge

$$\left(-3 \sin\left(n\frac{\pi}{3} - \frac{1}{n}\right)\right)_{n \in \mathbb{N}} .$$

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/4	/2	/5	/7	/4	/3	/2	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein:

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\left(\cos(x)\right)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Konvergenzradius $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$.

	$\sum_{\ell=3}^{\infty} \left(\frac{z-4}{\ell-2}\right)^{\ell}$	$\sum_{m=3}^{\infty} \frac{(-1)^m}{5m+1}(z+1-2\mathrm{i})^m$	$\sum_{n=3}^{\infty} 2^n \left(\frac{1}{5}z - \mathrm{i}\right)^n$
z_0			
ρ			

Aufgabe 3 (*4 Punkte*)

Es sind die folgenden Funktionen gegeben:

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto 2\cosh\left(\sqrt{5}\,x\right) - 2 \quad \text{und} \quad g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto 1 - \cos(x)\,.$$

(a) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \boxed{}\,, \qquad \lim_{x\to 0} \sqrt{5}\,\mathrm{e}^{f(x)} = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie die folgende Ableitung:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,x}\, f\left(g(x)\right) = \boxed{}\,.$$

Aufgabe 4 (*2 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}\colon x \mapsto 3x^2 - (x - 6x^2)\ln(x)$$

(a) Bestimmen Sie die erste Ableitung von f.

$$f'(x) = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von f.

$$\boxed{}$$

Aufgabe 5 (*5 Punkte*) Berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^{-1} \frac{3}{x^5}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int 5x\exp(4x)\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int 6x\cosh(3x^2)\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int_{1}^{2} 5^x\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*7 Punkte*) Gegeben ist die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto x^2(y-1) + y^3 - 3y^2 + 2y\,.$$

Bestimmen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix von f.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}, \quad \mathrm{H}f\,(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}$$

Geben Sie alle kritischen Stellen von f und deren Typ an.

kritische Stelle	Typ

Bestimmen Sie das Taylor-Polynom 2. Stufe zum Entwicklungspunkt $(0,2)$:

$$T_2(f,(x,y),(0,2)) = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (*4 Punkte*) Gegeben ist die Potenzreihe

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{(n-1)!} x^{2n-1} .$$

(a) Geben Sie die Stammfunktion F von f mit $F(0) = 0$ als Potenzreihe an.

$F(x) =$

(b) Geben Sie F aus **(a)** in geschlossener Form an.

$F(x) =$

(c) Berechnen Sie daraus eine geschlossene Form von f.

$f(x) =$

Aufgabe 8 (*3 Punkte*) Gegeben sei das vom reellen Parameter α abhängige Vektorfeld

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{xy}\,(3xy + 9y^2 + 3) \\ \mathrm{e}^{xy}\,(3x^2 + \alpha xy + 9) \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie die folgenden Ableitungen der Komponentenfunktionen f_1 und f_2:

$\frac{\partial}{\partial y} f_1(x, y) =$

$\frac{\partial}{\partial x} f_2(x, y) =$

Bestimmen Sie die Werte von α, für die f ein Potential besitzt.

Aufgabe 9 (*2 Punkte*) Ermitteln Sie drei verschiedene Häufungspunkte der Folge

$$\left(5 \sin\left(n\frac{\pi}{3} + \frac{1}{n}\right)\right)_{n \in \mathbb{N}} .$$

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/4	/2	/5	/7	/4	/3	/2	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein:

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\left(\cos(x)\right)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Konvergenzradius $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$.

	$\sum_{\ell=3}^{\infty} \frac{(-1)^\ell}{7\ell+1}(z-5)^\ell$	$\sum_{m=3}^{\infty} 5^m \left(\frac{1}{4}z + \mathrm{i}\right)^m$	$\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{z-2+\mathrm{i}}{n-1}\right)^n$
z_0			
ρ			

Aufgabe 3 (*4 Punkte*)

Es sind die folgenden Funktionen gegeben:

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto 2\cosh\left(\sqrt{7}\,x\right) - 2 \quad \text{und} \quad g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto 1 - \cos(x)\,.$$

(a) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \boxed{}\,, \qquad \lim_{x\to 0} \sqrt{7}\,\mathrm{e}^{f(x)} = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie die folgende Ableitung:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,x}\, f\left(g(x)\right) = \boxed{}\,.$$

Aufgabe 4 (*2 Punkte*) Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}\colon x \mapsto (7x^2 - x)\ln(x) + \frac{7}{2}x^2$$

(a) Bestimmen Sie die erste Ableitung von f.

$$f'(x) = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von f.

$$\boxed{}$$

Aufgabe 5 (*5 Punkte*) Berechnen Sie

$$\int_4^{+\infty} -\frac{4}{x^3}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int 4x\exp(7x)\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int 6x^2\sinh(2x^3)\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int_1^3 3^x\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (*7 Punkte*) Gegeben ist die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto y^2(x-1) + x^3 - 3x^2 + 2x\,.$$

Bestimmen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix von f.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}, \quad \mathrm{H}f\,(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}$$

Geben Sie alle kritischen Stellen von f und deren Typ an.

kritische Stelle	Typ

Bestimmen Sie das Taylor-Polynom 2. Stufe zum Entwicklungspunkt $(2,0)$:

$$T_2(f,(x,y),(2,0)) = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (*4 Punkte*) Gegeben ist die Potenzreihe

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^n}{(n-1)!} x^{2n-1} .$$

(a) Geben Sie die Stammfunktion F von f mit $F(0) = 0$ als Potenzreihe an.

$F(x) =$

(b) Geben Sie F aus **(a)** in geschlossener Form an.

$F(x) =$

(c) Berechnen Sie daraus eine geschlossene Form von f.

$f(x) =$

Aufgabe 8 (*3 Punkte*) Gegeben sei das vom reellen Parameter α abhängige Vektorfeld

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{xy}\,(3xy + 8y^2 + 3) \\ \mathrm{e}^{xy}\,(3x^2 + \alpha xy + 8) \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie die folgenden Ableitungen der Komponentenfunktionen f_1 und f_2:

$\frac{\partial}{\partial y} f_1(x, y) =$

$\frac{\partial}{\partial x} f_2(x, y) =$

Bestimmen Sie die Werte von α, für die f ein Potential besitzt.

Aufgabe 9 (*2 Punkte*) Ermitteln Sie drei verschiedene Häufungspunkte der Folge

$$\left(3 \sin\left(n\frac{\pi}{3} - \frac{1}{n}\right)\right)_{n \in \mathbb{N}} .$$