

Name,
Vorname:Matrikel-
Nummer:Studien-
gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/3	/4	/3	/9	/7	/2	/2	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

Aufgabe 2 (3 Punkte) Gegeben ist das Koordinatensystem

$$\mathbb{F} = \left(\left(\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \right).$$

Bestimmen Sie die Koordinatentransformationen von \mathbb{F} -Koordinaten auf Standardkoordinaten und umgekehrt.

 ${}_{\mathbb{E}}K_{\mathbb{F}} : v \mapsto$ $v +$, ${}_{\mathbb{F}}K_{\mathbb{E}} : v \mapsto$ $v +$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben sind zwei affine Abbildungen $\alpha, \beta: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, die in Standardkoordinaten folgende Darstellungen haben:

$$\alpha: v \mapsto \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} v + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \beta: v \mapsto \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} v + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(a) Geben Sie die Verkettung $\alpha \circ \beta$ der beiden Abbildungen an:

$$\alpha \circ \beta: v \mapsto \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}}} v + \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}}}$$

(b) Geben Sie die zu α inverse Abbildung α^{-1} an:

$$\alpha^{-1}: v \mapsto \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}}} v + \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}}}$$

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Stellt die Matrix A eine Drehung um den Ursprung oder eine Spiegelung an einer Ursprungsgeraden dar?

$$A = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

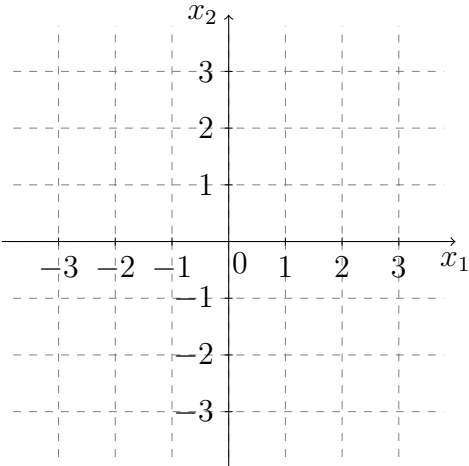
Berechnen Sie die Determinante der Matrix A :

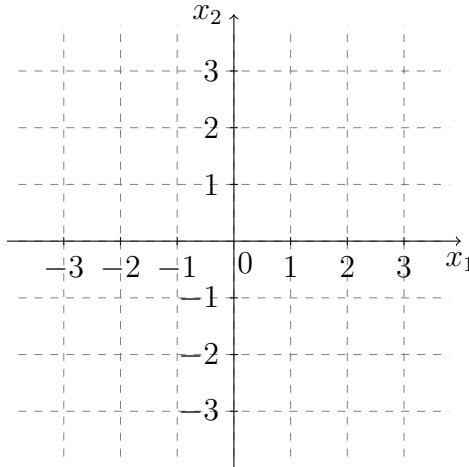
$$\det(A) = \boxed{}$$

Kreuzen Sie an: A beschreibt eine Drehung, Spiegelung.

Bestimmen Sie je nachdem den Drehwinkel $\varphi \in (0, 2\pi]$ oder die Gerade g , an der gespiegelt wird:

Aufgabe 5 (9 Punkte) Bestimmen Sie für die folgenden Quadriken ein kartesisches Koordinatensystem \mathbb{F} , in dem diese Quadriken euklidische Normalform haben. Geben Sie die Gleichungen der Quadriken in diesem Koordinatensystem an. Skizzieren Sie die neuen Koordinatensysteme samt den Quadriken im Standardkoordinatensystem.

$\mathcal{Q}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid -4x_1^2 + 4x_2^2 + 6x_1x_2 = 0 \right\}$	
\mathbb{F}	
euklidische Normalform	
Skizze	

$\mathcal{Q}_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid 4x_1^2 + x_2^2 + 8x_1 = 0 \right\}$	
\mathbb{F}	
euklidische Normalform	
Skizze	

Aufgabe 6 (7 Punkte) Gegeben ist die folgende reelle Matrix A :

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 0 & -16 \\ -4 & -8 & -2 \\ 8 & 0 & -14 \end{pmatrix}$$

(a) Geben Sie das charakteristische Polynom $\chi_A(\lambda)$ von A in Abhängigkeit von λ an:

$$\chi_A(\lambda) = \boxed{}$$

(b) Es ist $v_1 = (0, 1, 0)^T$ ein Eigenvektor mit Eigenwert μ_1 der Matrix A . Berechnen Sie μ_1 :

$$\mu_1 = \boxed{-8}$$

(c) Bestimmen Sie die weiteren Eigenwerte μ_2, μ_3 und zugehörige Eigenvektoren v_2, v_3 von A :

$$\mu_2 = \boxed{-16} \quad \mu_3 = \boxed{10} \quad v_2 = \begin{pmatrix} \boxed{1} \\ \boxed{0} \\ \boxed{0} \end{pmatrix} \quad v_3 = \begin{pmatrix} \boxed{0} \\ \boxed{1} \\ \boxed{0} \end{pmatrix}$$

Aufgabe 7 (2 Punkte) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i & -1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} + \frac{3}{2}i \end{pmatrix}.$$

Die Matrix besitzt den Eigenraum $V(\lambda_1) = \mathbb{C} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 - i \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie $\lambda_1 = \boxed{2}$.

Bestimmen Sie nun den zweiten Eigenwert $\lambda_2 = \boxed{1}$.

Aufgabe 8 (2 Punkte)

(a) Gegeben sei die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $a_n = 3 + \frac{(-1)^n}{n}$.

Bestimmen Sie, falls vorhanden, eine obere und untere Schranke für die Folge. Falls eine der beiden Schranken nicht existiert, tragen Sie „existiert nicht“ in das entsprechende Kästchen ein.

Untere Schranke: Obere Schranke:

(b) Geben Sie ein Beispiel für eine Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$, welche die obere Schranke 3 und die untere Schranke 2 besitzt und streng monoton steigend ist.

$$b_n = \boxed{2 + \frac{1}{n}}$$

Name,
Vorname:

Matrikel-
Nummer:

Studien-
gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/3	/4	/3	/9	/7	/2	/2	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

Aufgabe 2 (3 Punkte) Gegeben ist das Koordinatensystem

$$\mathbb{F} = \left(\left(\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \right) \right).$$

Bestimmen Sie die Koordinatentransformationen von \mathbb{F} -Koordinaten auf Standardkoordinaten und umgekehrt.

${}_{\mathbb{E}}K_{\mathbb{F}} : v \mapsto$ $v +$, ${}_{\mathbb{F}}K_{\mathbb{E}} : v \mapsto$ $v +$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben sind zwei affine Abbildungen $\alpha, \beta: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, die in Standardkoordinaten folgende Darstellungen haben:

$$\alpha: v \mapsto \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} v + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \beta: v \mapsto \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} v + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(a) Geben Sie die Verkettung $\alpha \circ \beta$ der beiden Abbildungen an:

$$\alpha \circ \beta: v \mapsto \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}}} v + \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}}}$$

(b) Geben Sie die zu α inverse Abbildung α^{-1} an:

$$\alpha^{-1}: v \mapsto \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}}} v + \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}}}$$

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Stellt die Matrix A eine Drehung um den Ursprung oder eine Spiegelung an einer Ursprungsgeraden dar?

$$A = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

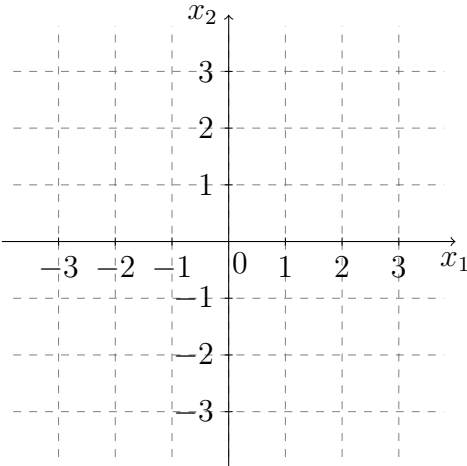
Berechnen Sie die Determinante der Matrix A :

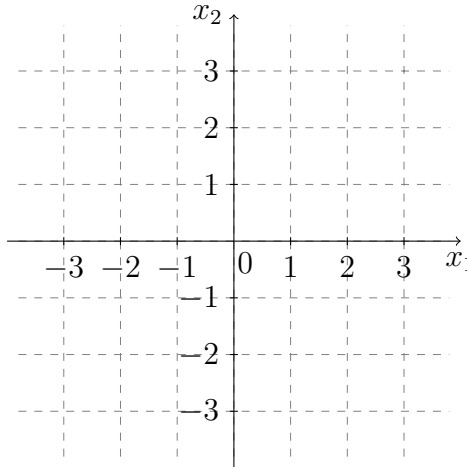
$$\det(A) = \boxed{}$$

Kreuzen Sie an: A beschreibt eine Spiegelung, Drehung.

Bestimmen Sie je nachdem den Drehwinkel $\varphi \in (0, 2\pi]$ oder die Gerade g , an der gespiegelt wird:

Aufgabe 5 (9 Punkte) Bestimmen Sie für die folgenden Quadriken ein kartesisches Koordinatensystem \mathbb{F} , in dem diese Quadriken euklidische Normalform haben. Geben Sie die Gleichungen der Quadriken in diesem Koordinatensystem an. Skizzieren Sie die neuen Koordinatensysteme samt den Quadriken im Standardkoordinatensystem.

$Q_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid -12x_1^2 + 12x_2^2 + 10x_1x_2 = 0 \right\}$	
\mathbb{F}	
euklidische Normalform	
Skizze	

$Q_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^2 + 4x_2^2 + 8x_2 = 0 \right\}$	
\mathbb{F}	
euklidische Normalform	
Skizze	

Aufgabe 6 (7 Punkte) Gegeben ist die folgende reelle Matrix A :

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 14 \\ 13 & -2 & 22 \\ -7 & 0 & -12 \end{pmatrix}$$

(a) Geben Sie das charakteristische Polynom $\chi_A(\lambda)$ von A in Abhängigkeit von λ an:

$$\chi_A(\lambda) = \boxed{}$$

(b) Es ist $v_1 = (0, 1, 0)^T$ ein Eigenvektor mit Eigenwert μ_1 der Matrix A . Berechnen Sie μ_1 :

$$\mu_1 = \boxed{}$$

(c) Bestimmen Sie die weiteren Eigenwerte μ_2, μ_3 und zugehörige Eigenvektoren v_2, v_3 von A :

$$\mu_2 = \boxed{} \quad \mu_3 = \boxed{} \quad v_2 = \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}} \quad v_3 = \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}}$$

Aufgabe 7 (2 Punkte) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i & 3i \\ \frac{3}{2}i & \frac{5}{2} - \frac{1}{2}i \end{pmatrix}.$$

Die Matrix besitzt den Eigenraum $V(\lambda_1) = \mathbb{C} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 - i \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie $\lambda_1 = \boxed{}$.

Bestimmen Sie nun den zweiten Eigenwert $\lambda_2 = \boxed{}$.

Aufgabe 8 (2 Punkte)

(a) Gegeben sei die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $a_n = 4 + \frac{(-1)^n}{n}$.

Bestimmen Sie, falls vorhanden, eine obere und untere Schranke für die Folge. Falls eine der beiden Schranken nicht existiert, tragen Sie „existiert nicht“ in das entsprechende Kästchen ein.

Untere Schranke: Obere Schranke:

(b) Geben Sie ein Beispiel für eine Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$, welche die obere Schranke 3 und die untere Schranke 2 besitzt und streng monoton fallend ist.

$$b_n = \boxed{\phantom{3 - \frac{1}{n}}}$$

Name,
Vorname: Matrikel-
Nummer: Studien-
gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/3	/4	/3	/9	/7	/2	/2	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: Gruppennr.:

Aufgabe 2 (3 Punkte) Gegeben ist das Koordinatensystem

$$\mathbb{F} = \left(\left(\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \right) \right).$$

Bestimmen Sie die Koordinatentransformationen von \mathbb{F} -Koordinaten auf Standardkoordinaten und umgekehrt.

$${}_{\mathbb{E}}K_{\mathbb{F}} : v \mapsto \boxed{} \quad v + \boxed{}, \quad {}_{\mathbb{F}}K_{\mathbb{E}} : v \mapsto \boxed{} \quad v + \boxed{}$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben sind zwei affine Abbildungen $\alpha, \beta: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, die in Standardkoordinaten folgende Darstellungen haben:

$$\alpha: v \mapsto \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} v + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \beta: v \mapsto \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} v + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(a) Geben Sie die Verkettung $\alpha \circ \beta$ der beiden Abbildungen an:

$$\alpha \circ \beta: v \mapsto \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}}} v + \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}}}$$

(b) Geben Sie die zu α inverse Abbildung α^{-1} an:

$$\alpha^{-1}: v \mapsto \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}}} v + \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}}}$$

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Stellt die Matrix A eine Drehung um den Ursprung oder eine Spiegelung an einer Ursprungsgeraden dar?

$$A = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$$

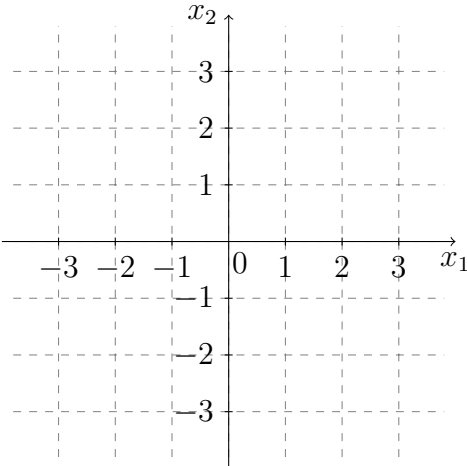
Berechnen Sie die Determinante der Matrix A :

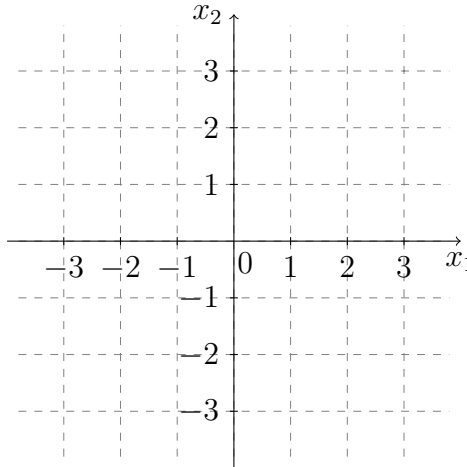
$$\det(A) = \boxed{}$$

Kreuzen Sie an: A beschreibt eine Drehung, Spiegelung.

Bestimmen Sie je nachdem den Drehwinkel $\varphi \in (0, 2\pi]$ oder die Gerade g , an der gespiegelt wird:

Aufgabe 5 (9 Punkte) Bestimmen Sie für die folgenden Quadriken ein kartesisches Koordinatensystem \mathbb{F} , in dem diese Quadriken euklidische Normalform haben. Geben Sie die Gleichungen der Quadriken in diesem Koordinatensystem an. Skizzieren Sie die neuen Koordinatensysteme samt den Quadriken im Standardkoordinatensystem.

$\mathcal{Q}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid -3x_1^2 + 3x_2^2 + 8x_1x_2 = 0 \right\}$	
\mathbb{F}	
euklidische Normalform	
Skizze	

$\mathcal{Q}_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid 4x_1^2 + x_2^2 - 8x_1 = 0 \right\}$	
\mathbb{F}	
euklidische Normalform	
Skizze	

Aufgabe 6 (7 Punkte) Gegeben ist die folgende reelle Matrix A :

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 0 & -18 \\ 30 & -1 & -40 \\ 9 & 0 & -15 \end{pmatrix}$$

(a) Geben Sie das charakteristische Polynom $\chi_A(\lambda)$ von A in Abhängigkeit von λ an:

$$\chi_A(\lambda) = \boxed{}$$

(b) Es ist $v_1 = (0, 1, 0)^T$ ein Eigenvektor mit Eigenwert μ_1 der Matrix A . Berechnen Sie μ_1 :

$$\mu_1 = \boxed{}$$

(c) Bestimmen Sie die weiteren Eigenwerte μ_2, μ_3 und zugehörige Eigenvektoren v_2, v_3 von A :

$$\mu_2 = \boxed{} \quad \mu_3 = \boxed{} \quad v_2 = \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}} \quad v_3 = \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}}$$

Aufgabe 7 (2 Punkte) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i & 3i \\ \frac{3}{2}i & \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i \end{pmatrix}.$$

Die Matrix besitzt den Eigenraum $V(\lambda_1) = \mathbb{C} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 - i \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie $\lambda_1 = \boxed{\phantom{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i}}$.

Bestimmen Sie nun den zweiten Eigenwert $\lambda_2 = \boxed{\phantom{-\frac{5}{2} + \frac{1}{2}i}}$.

Aufgabe 8 (2 Punkte)

(a) Gegeben sei die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $a_n = 3 - \frac{(-1)^n}{n}$.

Bestimmen Sie, falls vorhanden, eine obere und untere Schranke für die Folge. Falls eine der beiden Schranken nicht existiert, tragen Sie „existiert nicht“ in das entsprechende Kästchen ein.

Untere Schranke: Obere Schranke:

(b) Geben Sie ein Beispiel für eine Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$, welche die obere Schranke -2 und die untere Schranke -3 besitzt und streng monoton steigend ist.

$$b_n = \boxed{}$$

Name,
Vorname: Matrikel-
Nummer: Studien-
gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/3	/4	/3	/9	/7	/2	/2	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: Gruppennr.:

Aufgabe 2 (3 Punkte) Gegeben ist das Koordinatensystem

$$\mathbb{F} = \left(\left(\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \right); \left(\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \right), \left(\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right) \right).$$

Bestimmen Sie die Koordinatentransformationen von \mathbb{F} -Koordinaten auf Standardkoordinaten und umgekehrt.

 ${}_{\mathbb{E}}K_{\mathbb{F}} : v \mapsto$ $v +$, ${}_{\mathbb{F}}K_{\mathbb{E}} : v \mapsto$ $v +$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben sind zwei affine Abbildungen $\alpha, \beta: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, die in Standardkoordinaten folgende Darstellungen haben:

$$\alpha: v \mapsto \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} v + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \beta: v \mapsto \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} v + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(a) Geben Sie die Verkettung $\alpha \circ \beta$ der beiden Abbildungen an:

$$\alpha \circ \beta: v \mapsto \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}}} v + \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}}}$$

(b) Geben Sie die zu α inverse Abbildung α^{-1} an:

$$\alpha^{-1}: v \mapsto \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}}} v + \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}}}$$

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Stellt die Matrix A eine Drehung um den Ursprung oder eine Spiegelung an einer Ursprungsgeraden dar?

$$A = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

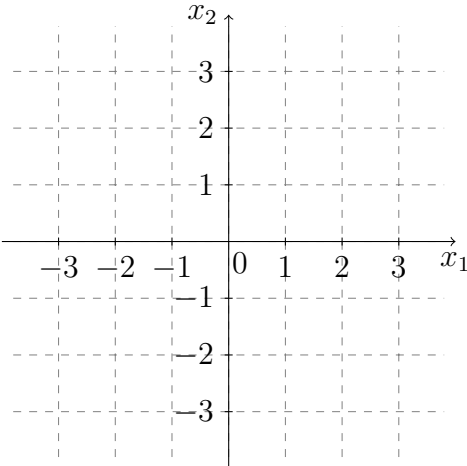
Berechnen Sie die Determinante der Matrix A :

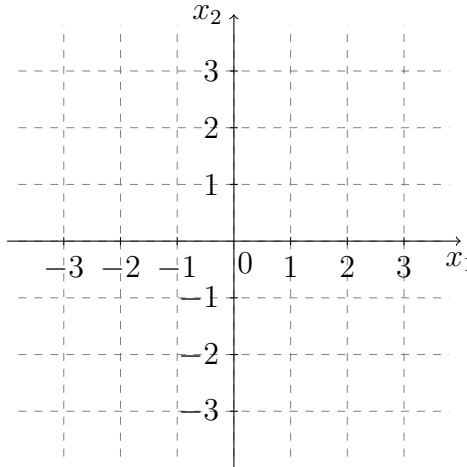
$$\det(A) = \boxed{}$$

Kreuzen Sie an: A beschreibt eine Spiegelung, Drehung.

Bestimmen Sie je nachdem den Drehwinkel $\varphi \in (0, 2\pi]$ oder die Gerade g , an der gespiegelt wird:

Aufgabe 5 (9 Punkte) Bestimmen Sie für die folgenden Quadriken ein kartesisches Koordinatensystem \mathbb{F} , in dem diese Quadriken euklidische Normalform haben. Geben Sie die Gleichungen der Quadriken in diesem Koordinatensystem an. Skizzieren Sie die neuen Koordinatensysteme samt den Quadriken im Standardkoordinatensystem.

$\mathcal{Q}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid -5x_1^2 + 5x_2^2 - 24x_1x_2 = 0 \right\}$	
\mathbb{F}	
euklidische Normalform	
Skizze	

$\mathcal{Q}_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^2 + 4x_2^2 - 8x_2 = 0 \right\}$	
\mathbb{F}	
euklidische Normalform	
Skizze	

Aufgabe 6 (7 Punkte) Gegeben ist die folgende reelle Matrix A :

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -4 \\ 7 & 4 & -7 \\ 20 & 0 & -11 \end{pmatrix}$$

(a) Geben Sie das charakteristische Polynom $\chi_A(\lambda)$ von A in Abhängigkeit von λ an:

$$\chi_A(\lambda) = \boxed{}$$

(b) Es ist $v_1 = (0, 1, 0)^T$ ein Eigenvektor mit Eigenwert μ_1 der Matrix A . Berechnen Sie μ_1 :

$$\mu_1 = \boxed{}$$

(c) Bestimmen Sie die weiteren Eigenwerte μ_2, μ_3 und zugehörige Eigenvektoren v_2, v_3 von A :

$$\mu_2 = \boxed{} \quad \mu_3 = \boxed{} \quad v_2 = \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}} \quad v_3 = \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}}$$

Aufgabe 7 (2 Punkte) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i & \frac{1}{2}i \\ -i & \frac{3}{2} - \frac{3}{2}i \end{pmatrix}.$$

Die Matrix besitzt den Eigenraum $V(\lambda_1) = \mathbb{C} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 + i \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie $\lambda_1 = \boxed{}$.

Bestimmen Sie nun den zweiten Eigenwert $\lambda_2 = \boxed{}$.

Aufgabe 8 (2 Punkte)

(a) Gegeben sei die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $a_n = 4 - \frac{(-1)^n}{n}$.

Bestimmen Sie, falls vorhanden, eine obere und untere Schranke für die Folge. Falls eine der beiden Schranken nicht existiert, tragen Sie „existiert nicht“ in das entsprechende Kästchen ein.

Untere Schranke: Obere Schranke:

(b) Geben Sie ein Beispiel für eine Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$, welche die obere Schranke -2 und die untere Schranke -3 besitzt und streng monoton fallend ist.

$$b_n = \boxed{}$$