

Name,
Vorname:Matrikel-
Nummer:Studien-
gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/6	/2	/3	/6	/4	/3	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

Aufgabe 2 (3 Punkte) Gegeben seien im Raum \mathbb{R}^3 die Punkte

$$A = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Hesse-Normalform der Ebene E , in welcher die Punkte A , B und C liegen.

(b) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .

Aufgabe 3 (6 Punkte) Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Determinante von A , A^2 und $2A$.

$$\det(A) = \boxed{}, \quad \det(A^2) = \boxed{}, \quad \det(2A) = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie A^{-1} .

$$A^{-1} = \boxed{\phantom{\begin{matrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{matrix}}}$$

Aufgabe 4 (2 Punkte) Gegeben sei die lineare Abbildung $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4: v \mapsto Av$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -8 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie den Rang der Matrix A :

$$\text{Rg}(A) = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie die Dimension des Kerns von f :

$$\dim \text{Kern}(f) = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (3 Punkte) Berechnen Sie alle Lösungen der Gleichung

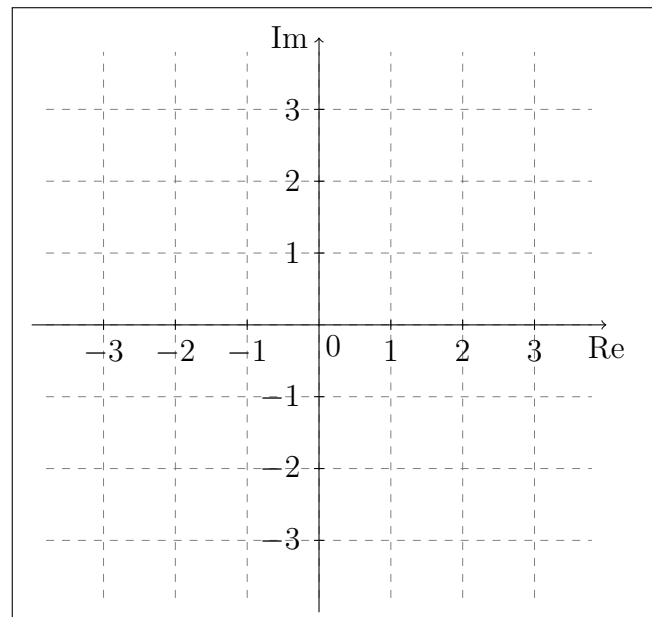
$$(z - 6i)^2 = 4 \left(\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) \right).$$

Geben Sie die Lösung in der Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

Aufgabe 6 (6 Punkte)

(a) Skizzieren Sie die folgende Teilmenge der komplexen Ebene.

$$\left\{ z \in \mathbb{C} \mid |z + 2| \geq |z - 1 + 3i| \right\}$$

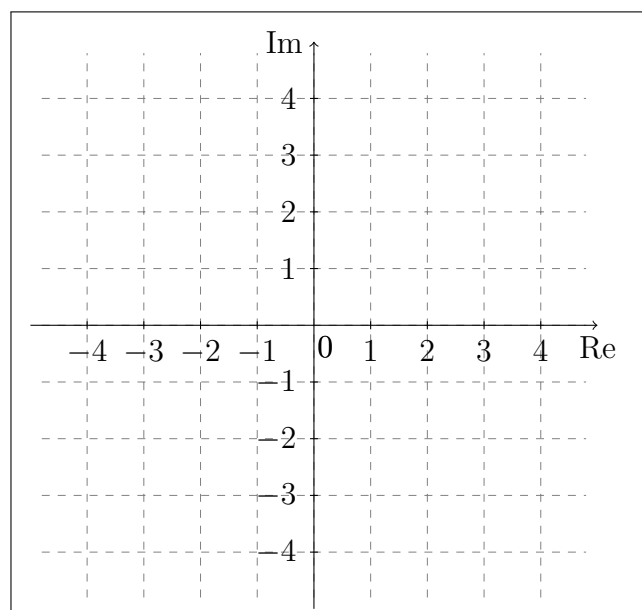


(b) Sei $z = a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ eine komplexe Zahl. Berechnen Sie $(z - 2i + 1)\bar{z} + z + 2iz$ in Abhängigkeit von a und b .

$$(z - 2i + 1)\bar{z} + z + 2iz =$$

(c) Skizzieren Sie die folgende Teilmenge der komplexen Ebene.

$$\left\{ z \in \mathbb{C} \mid (z - 2i + 1)\bar{z} + z + 2iz = 0 \right\}$$



Aufgabe 7 (4 Punkte)

(a) Bestimmen Sie das Bild der folgenden Abbildung: $f: \mathbb{R} \setminus \{6\} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \frac{1}{x-6} + 3$

(b) Bestimmen Sie für die Abbildung $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}: z \mapsto (z + 3i)^2$

zwei verschiedene Werte $z_1 \neq z_2 \in \mathbb{C}$ mit $f(z_1) = f(z_2)$. Geben Sie z_1 und z_2 in der Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

$$z_1 = \text{ } \quad z_2 = \text{ }$$

(c) Geben Sie eine Abbildung

$$f: [-2, 2] \rightarrow [1, 6]$$

an, die surjektiv, aber nicht injektiv ist.

Aufgabe 8 (3 Punkte) Gegeben sei die Basis $B: 1, X-1, X^2-X$ des reellen Vektorraums $\text{Pol}_2 \mathbb{R}$ der Polynome mit Koeffizienten in \mathbb{R} von Grad ≤ 2 . Sei weiter das Polynom $p = -5X^2 + 3X - 7 \in \text{Pol}_2 \mathbb{R}$ gegeben. Geben Sie den Koordinatenvektor ${}_B p$ des Polynoms p zur Basis B an.

$${}_B p = \text{ }$$

Aufgabe 9 (3 Punkte) Gegeben ist die lineare Abbildung $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$\varphi \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \varphi \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Es sei E die Standardbasis.

(a) Geben Sie die Matrixdarstellung ${}_E \varphi_E$ an:

$${}_E \varphi_E = \text{ }$$

(b) Bestimmen Sie $\varphi \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \text{ }$

Name,

Vorname:

Matrikel-

Nummer:

Studien-

gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/6	/2	/3	/6	/4	/3	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

Aufgabe 2 (3 Punkte) Gegeben seien im Raum \mathbb{R}^3 die Punkte

$$A = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie die Hesse-Normalform der Ebene E , in welcher die Punkte A , B und C liegen.

- (b) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .

Aufgabe 3 (6 Punkte) Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Determinante von A , A^2 und $3A$.

$$\det(A) = \boxed{}, \quad \det(A^2) = \boxed{}, \quad \det(3A) = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie A^{-1} .

$$A^{-1} = \boxed{\phantom{\begin{matrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{matrix}}}$$

Aufgabe 4 (2 Punkte) Gegeben sei die lineare Abbildung $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4: v \mapsto Av$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & -4 \\ -2 & 9 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie den Rang der Matrix A :

$$\text{Rg}(A) = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie die Dimension des Kerns von f :

$$\dim \text{Kern}(f) = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (3 Punkte) Berechnen Sie alle Lösungen der Gleichung

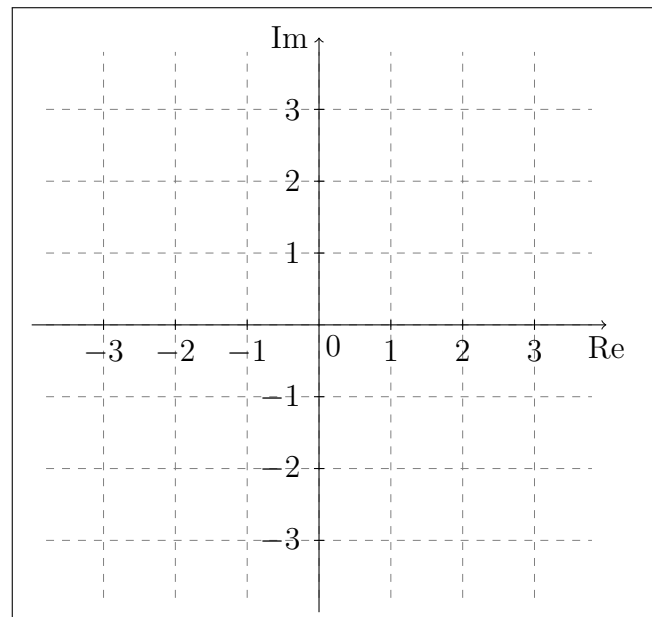
$$(z - 7i)^2 = 4 \left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \right).$$

Geben Sie die Lösung in der Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

Aufgabe 6 (6 Punkte)

(a) Skizzieren Sie die folgende Teilmenge der komplexen Ebene.

$$\left\{ z \in \mathbb{C} \mid |z - 2| \geq |z + 1 + 3i| \right\}$$

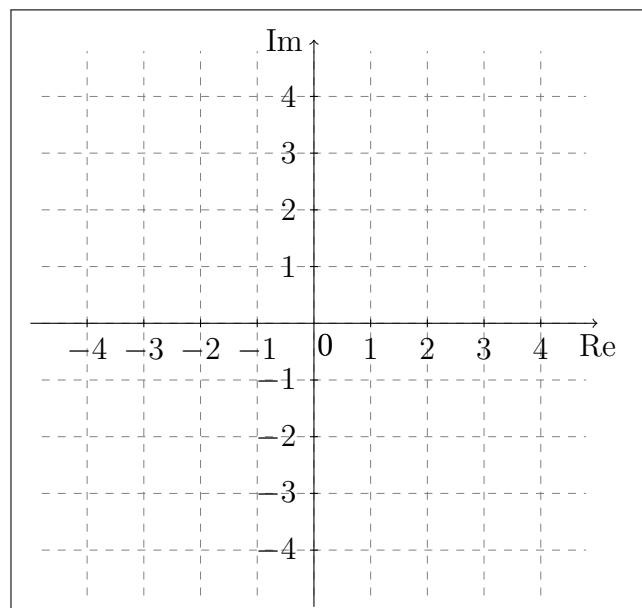


(b) Sei $z = a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ eine komplexe Zahl. Berechnen Sie $(z - 2i - 1)\bar{z} - z + 2iz$ in Abhängigkeit von a und b .

$$(z - 2i - 1)\bar{z} - z + 2iz =$$

(c) Skizzieren Sie die folgende Teilmenge der komplexen Ebene.

$$\left\{ z \in \mathbb{C} \mid (z - 2i - 1)\bar{z} - z + 2iz = 0 \right\}$$



Aufgabe 7 (4 Punkte)

(a) Bestimmen Sie das Bild der folgenden Abbildung: $f: \mathbb{R} \setminus \{8\} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \frac{1}{x-8} + 2$

(b) Bestimmen Sie für die Abbildung $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}: z \mapsto (z - 2i)^2$

zwei verschiedene Werte $z_1 \neq z_2 \in \mathbb{C}$ mit $f(z_1) = f(z_2)$. Geben Sie z_1 und z_2 in der Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

$$z_1 = \text{ } \quad z_2 = \text{ }$$

(c) Geben Sie eine Abbildung

$$f: [-2, 2] \rightarrow [2, 5]$$

an, die surjektiv, aber nicht injektiv ist.

Aufgabe 8 (3 Punkte) Gegeben sei die Basis $B: 1, X - 1, X^2 - X$ des reellen Vektorraums $\text{Pol}_2 \mathbb{R}$ der Polynome mit Koeffizienten in \mathbb{R} von Grad ≤ 2 . Sei weiter das Polynom $p = -6X^2 + 7X - 2 \in \text{Pol}_2 \mathbb{R}$ gegeben. Geben Sie den Koordinatenvektor ${}_B p$ des Polynoms p zur Basis B an.

$${}_B p = \text{ }$$

Aufgabe 9 (3 Punkte) Gegeben ist die lineare Abbildung $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$\varphi \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \varphi \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Es sei E die Standardbasis.

(a) Geben Sie die Matrixdarstellung ${}_E \varphi_E$ an:

$${}_E \varphi_E = \text{ }$$

(b) Bestimmen Sie $\varphi \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \text{ }$

Name,
Vorname: Matrikel-
Nummer: Studien-
gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/6	/2	/3	/6	/4	/3	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

*Viel Erfolg!***Aufgabe 1** (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.Name des Tutors/der Tutorin: Gruppennr.: **Aufgabe 2** (3 Punkte) Gegeben seien im Raum \mathbb{R}^3 die Punkte

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Hesse-Normalform der Ebene E , in welcher die Punkte A , B und C liegen.
(b) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .

Aufgabe 3 (6 Punkte) Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Determinante von A , A^2 und $3A$.

$$\det(A) = \boxed{}, \quad \det(A^2) = \boxed{}, \quad \det(3A) = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie A^{-1} .

$$A^{-1} = \boxed{\phantom{\begin{matrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{matrix}}}$$

Aufgabe 4 (2 Punkte) Gegeben sei die lineare Abbildung $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4: v \mapsto Av$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie den Rang der Matrix A :

$$\text{Rg}(A) = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie die Dimension des Kerns von f :

$$\dim \text{Kern}(f) = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (3 Punkte) Berechnen Sie alle Lösungen der Gleichung

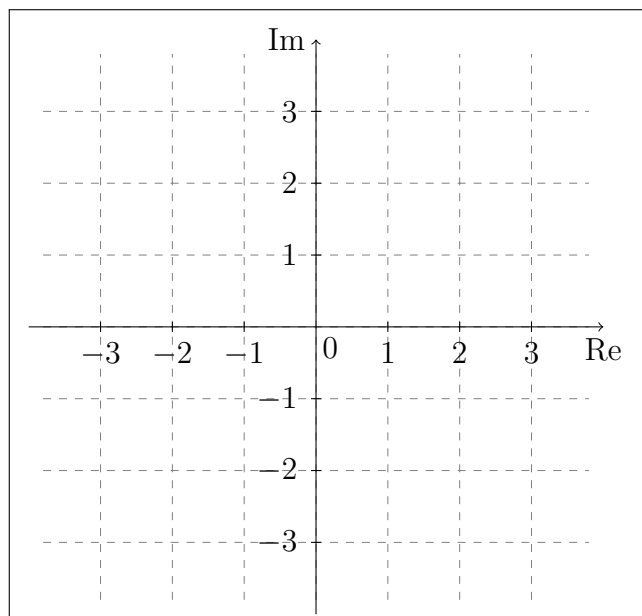
$$(z - 5i)^2 = 4 \left(\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) \right).$$

Geben Sie die Lösung in der Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

Aufgabe 6 (6 Punkte)

(a) Skizzieren Sie die folgende Teilmenge der komplexen Ebene.

$$\{z \in \mathbb{C} \mid |z + 2| \geq |z - 1 - 3i|\}$$

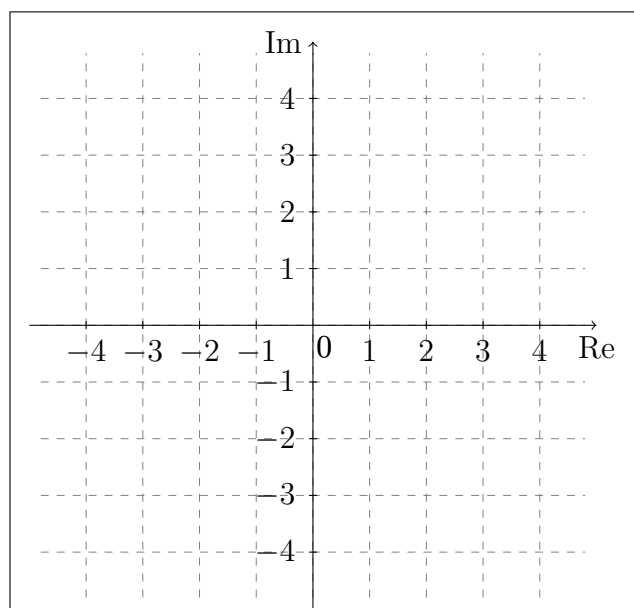


(b) Sei $z = a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ eine komplexe Zahl. Berechnen Sie $(z - 2 + i)\bar{z} - 2z - iz$ in Abhängigkeit von a und b .

$$(z - 2 + i)\bar{z} - 2z - iz =$$

(c) Skizzieren Sie die folgende Teilmenge der komplexen Ebene.

$$\{z \in \mathbb{C} \mid (z - 2 + i)\bar{z} - 2z - iz = 0\}$$



Aufgabe 7 (4 Punkte)

(a) Bestimmen Sie das Bild der folgenden Abbildung: $f: \mathbb{R} \setminus \{7\} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \frac{1}{x-7} + 5$

(b) Bestimmen Sie für die Abbildung $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}: z \mapsto (z - 3i)^2$

zwei verschiedene Werte $z_1 \neq z_2 \in \mathbb{C}$ mit $f(z_1) = f(z_2)$. Geben Sie z_1 und z_2 in der Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

$$z_1 = \text{ } \quad z_2 = \text{ }$$

(c) Geben Sie eine Abbildung

$$f: [-2, 2] \rightarrow [1, 8]$$

an, die surjektiv, aber nicht injektiv ist.

Aufgabe 8 (3 Punkte) Gegeben sei die Basis $B: 1, X - 1, X^2 - X$ des reellen Vektorraums $\text{Pol}_2 \mathbb{R}$ der Polynome mit Koeffizienten in \mathbb{R} von Grad ≤ 2 . Sei weiter das Polynom $p = -7X^2 + 3X - 6 \in \text{Pol}_2 \mathbb{R}$ gegeben. Geben Sie den Koordinatenvektor ${}_B p$ des Polynoms p zur Basis B an.

$${}_B p = \text{ }$$

Aufgabe 9 (3 Punkte) Gegeben ist die lineare Abbildung $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$\varphi \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \varphi \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Es sei E die Standardbasis.

(a) Geben Sie die Matrixdarstellung ${}_E \varphi_E$ an:

$${}_E \varphi_E = \text{ }$$

(b) Bestimmen Sie $\varphi \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \text{ }$

Name,

Matrikel-

Studien-

Vorname:

Nummer:

gang:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/6	/2	/3	/6	/4	/3	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:

Gruppennr.:

Aufgabe 2 (3 Punkte) Gegeben seien im Raum \mathbb{R}^3 die Punkte

$$A = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Hesse-Normalform der Ebene E , in welcher die Punkte A , B und C liegen.

(b) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .

Aufgabe 3 (6 Punkte) Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Determinante von A , A^2 und $3A$.

$$\det(A) = \boxed{}, \quad \det(A^2) = \boxed{}, \quad \det(3A) = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie A^{-1} .

$$A^{-1} = \boxed{\phantom{\begin{matrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{matrix}}}$$

Aufgabe 4 (2 Punkte) Gegeben sei die lineare Abbildung $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4: v \mapsto Av$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 2 & 3 \\ 6 & -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie den Rang der Matrix A :

$$\text{Rg}(A) = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie die Dimension des Kerns von f :

$$\dim \text{Kern}(f) = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (3 Punkte) Berechnen Sie alle Lösungen der Gleichung

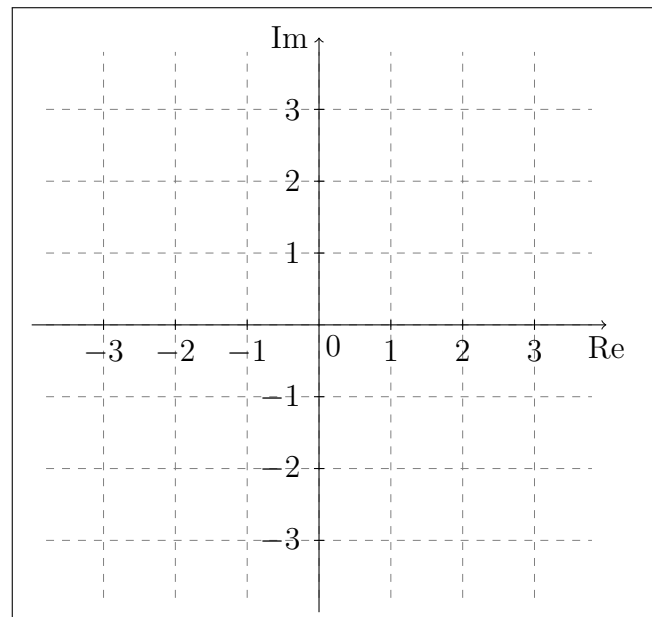
$$(z - 8i)^2 = 4 \left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \right).$$

Geben Sie die Lösung in der Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

Aufgabe 6 (6 Punkte)

(a) Skizzieren Sie die folgende Teilmenge der komplexen Ebene.

$$\{z \in \mathbb{C} \mid |z - 2| \geq |z + 1 - 3i|\}$$

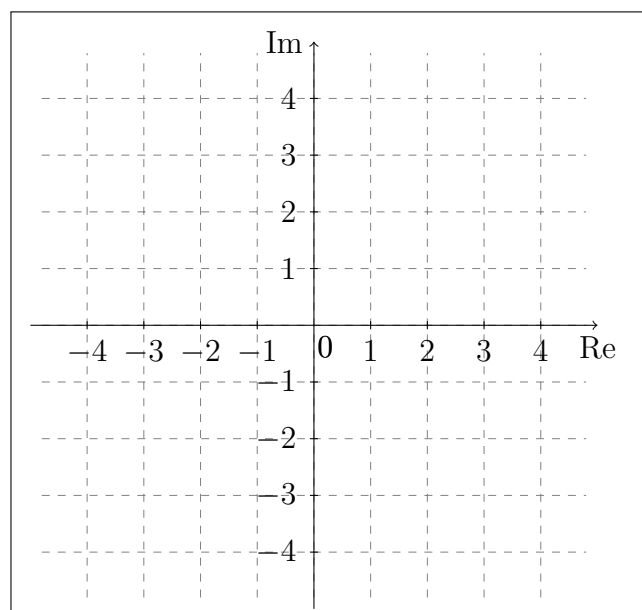


(b) Sei $z = a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ eine komplexe Zahl. Berechnen Sie $(z + 2 + i)\bar{z} + 2z - iz$ in Abhängigkeit von a und b .

$$(z + 2 + i)\bar{z} + 2z - iz =$$

(c) Skizzieren Sie die folgende Teilmenge der komplexen Ebene.

$$\{z \in \mathbb{C} \mid (z + 2 + i)\bar{z} + 2z - iz = 0\}$$



Aufgabe 7 (4 Punkte)

(a) Bestimmen Sie das Bild der folgenden Abbildung: $f: \mathbb{R} \setminus \{9\} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \frac{1}{x-9} + 4$

(b) Bestimmen Sie für die Abbildung $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}: z \mapsto (z + 2i)^2$

zwei verschiedene Werte $z_1 \neq z_2 \in \mathbb{C}$ mit $f(z_1) = f(z_2)$. Geben Sie z_1 und z_2 in der Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

$$z_1 = \text{ } \quad z_2 = \text{ }$$

(c) Geben Sie eine Abbildung

$$f: [-2, 2] \rightarrow [2, 7]$$

an, die surjektiv, aber nicht injektiv ist.

Aufgabe 8 (3 Punkte) Gegeben sei die Basis $B: 1, X-1, X^2-X$ des reellen Vektorraums $\text{Pol}_2 \mathbb{R}$ der Polynome mit Koeffizienten in \mathbb{R} von Grad ≤ 2 . Sei weiter das Polynom $p = -8X^2 + 7X - 4 \in \text{Pol}_2 \mathbb{R}$ gegeben. Geben Sie den Koordinatenvektor ${}_B p$ des Polynoms p zur Basis B an.

$${}_B p = \text{ }$$

Aufgabe 9 (3 Punkte) Gegeben ist die lineare Abbildung $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$\varphi \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \varphi \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Es sei E die Standardbasis.

(a) Geben Sie die Matrixdarstellung ${}_E \varphi_E$ an:

$${}_E \varphi_E = \text{ }$$

(b) Bestimmen Sie $\varphi \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \text{ }$