Name, Vorname: ____ **Matrikel-Nummer:** ____ **Studiengang:** ____

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/3	/3	/3	/5	/6	/4	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\left(\cos(x)\right)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R},\ b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: ____ **Gruppennr.:** ____

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte. Falls ein Grenzwert nicht existiert, tragen Sie „divergent“ ein.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2+x-2}{3x^2-3x} = \boxed{} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\cos(3x)-1}{6x^2} = \boxed{}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{9x^2+24x+5}-3x\right) = \boxed{}$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie, falls existent, die Summen der folgenden Reihen. Falls eine Reihe nicht konvergiert, tragen Sie „divergent“ ein.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{6\mathrm{i}}\right)^{n+1} = \boxed{}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = \boxed{}$$

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Konvergenzradius $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$.

	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z+7)^k}{9^k}$	$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{5+(-1)^k}{9}\right)^k (z-4\mathrm{i})^k$
z_0		
ρ		

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Integrale.

$\int x\cos(4x)\,\mathrm{d}x$	
$\int_0^{\pi/4} x\cos(4x)\,\mathrm{d}x$	

Aufgabe 6 (*5 Punkte*)

In der Partialbruchzerlegung

$$\frac{7x^2-4x+5}{(x-1)(2x^2+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{2x^2+2}$$

gilt

$$A = \boxed{}\ , \quad B = \boxed{}\ , \quad C = \boxed{}\ .$$

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\int \frac{x}{2x^2+2}\,\mathrm{d}x = \boxed{} \qquad \int \frac{1}{2x^2+2}\,\mathrm{d}x = \boxed{}$$

$$\int \frac{7x^2-4x+5}{(x-1)(2x^2+2)}\,\mathrm{d}x = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (*6 Punkte*) Gegeben ist die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto 32x^2 - 4x^2y + y^2\,.$$

Bestimmen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix von f.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}^\intercal$$

$$\mathrm{H}f\,(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}$$

Geben Sie alle kritischen Stellen von f mit ihrem Typ an.

kritische Stelle	Typ

Bestimmen Sie das Taylorpolynom von f der Stufe 2 zum Entwicklungspunkt $(1,2)$:

$$T_2(f,(x,y),(1,2)) = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*4 Punkte*) Gegeben sind die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto 20y - 5x,$$

sowie die Menge $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid g(x,y) = 0\}$ mit $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto x^2 + 4y^2 - 1$.
Gesucht sind die Extrema der Funktion f auf der Menge M.
Stellen Sie dazu das Gleichungssystem nach Lagrange auf:

Bestimmen Sie die Stellen, in denen die Funktion f den maximalen und minimalen Wert auf M annimmt, sowie die Werte von f in diesen Stellen:

Typ	Stelle	Funktionswert
Maximum		
Minimum		

Aufgabe 9 (*3 Punkte*) Sei V das vom Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ abhängige Vektorfeld

$$V\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 6x\mathrm{e}^y \\ 3x^2\mathrm{e}^y + 8y\sin(z) \\ \alpha^2 y^2 \cos(z) \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Rotation von V:

$$\operatorname{rot} V(x,y,z) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}^{\mathsf{T}}$$

Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ hat V ein Potential?

Bestimmen Sie für $\alpha = 2$ ein Potential U für das Vektorfeld V:

$$U(x,y,z) = \boxed{}$$

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/3	/3	/3	/5	/6	/4	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\|x\|$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R},\ b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:		**Gruppennr.:**	

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte. Falls ein Grenzwert nicht existiert, tragen Sie „divergent“ ein.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2+4x-12}{2x^2-4x} = \boxed{} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(4x)}{6x^2} = \boxed{}$$

$$\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{x^2+10x+8}-x\right) = \boxed{}$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie, falls existent, die Summen der folgenden Reihen. Falls eine Reihe nicht konvergiert, tragen Sie „divergent“ ein.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{5\mathrm{i}}\right)^{n+1} = \boxed{}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n!} = \boxed{}$$

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Konvergenzradius $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$.

	$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{4+(-1)^k}{8}\right)^k (z-3\mathrm{i})^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z+6)^k}{12^k}$
z_0		
ρ		

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Integrale.

$\int x\sin(3x)\,\mathrm{d}x$	
$\int_0^{\pi/3} x\sin(3x)\,\mathrm{d}x$	

Aufgabe 6 (*5 Punkte*)

In der Partialbruchzerlegung

$$\frac{10x^2-7x+14}{(x-2)(4x^2+4)} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+C}{4x^2+4}$$

gilt

$$A = \boxed{}\ ,\quad B = \boxed{}\ ,\quad C = \boxed{}\ .$$

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\int \frac{x}{4x^2+4}\,\mathrm{d}x = \boxed{} \qquad \int \frac{1}{4x^2+4}\,\mathrm{d}x = \boxed{}$$

$$\int \frac{10x^2-7x+14}{(x-2)(4x^2+4)}\,\mathrm{d}x = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (*6 Punkte*) Gegeben ist die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto 4x^2y - 32x^2 - y^2\,.$$

Bestimmen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix von f.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}^{\mathsf{T}}$$

$$\mathrm{H}f\,(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}$$

Geben Sie alle kritischen Stellen von f mit ihrem Typ an.

kritische Stelle	Typ

Bestimmen Sie das Taylorpolynom von f der Stufe 2 zum Entwicklungspunkt $(1,2)$:

$$T_2(f,(x,y),(1,2)) = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*4 Punkte*) Gegeben sind die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto 3x - 12y,$$

sowie die Menge $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid g(x,y) = 0\}$ mit $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto x^2 + 8y^2 - 1.$

Gesucht sind die Extrema der Funktion f auf der Menge M.

Stellen Sie dazu das Gleichungssystem nach Lagrange auf:

Bestimmen Sie die Stellen, in denen die Funktion f den maximalen und minimalen Wert auf M annimmt, sowie die Werte von f in diesen Stellen:

Typ	Stelle	Funktionswert
Maximum		
Minimum		

Aufgabe 9 (*3 Punkte*) Sei V das vom Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ abhängige Vektorfeld

$$V\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2\alpha^2 x \mathrm{e}^y \\ 25x^2\mathrm{e}^y + 2y\sin(z) \\ y^2\cos(z) \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Rotation von V:

$$\operatorname{rot} V(x,y,z) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}^{\mathsf{T}}$$

Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ hat V ein Potential?

Bestimmen Sie für $\alpha = 5$ ein Potential U für das Vektorfeld V:

$$U(x,y,z) = \boxed{}$$

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/3	/3	/3	/5	/6	/4	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\left(\cos(x)\right)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R},\ b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:		**Gruppennr.:**	

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte. Falls ein Grenzwert nicht existiert, tragen Sie „divergent“ ein.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2+4x-5}{x^2-1} = \boxed{} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\cos(5x)-1}{10x^2} = \boxed{}$$

$$\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{4x^2+12x+3} - 2x\right) = \boxed{}$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie, falls existent, die Summen der folgenden Reihen. Falls eine Reihe nicht konvergiert, tragen Sie „divergent“ ein.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{4\mathrm{i}}\right)^{n+1} = \boxed{}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{n!} = \boxed{}$$

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Konvergenzradius $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$.

	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z-2\mathrm{i})^k}{8^k}$	$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{6+(-1)^k}{12}\right)^k (z+3)^k$
z_0		
ρ		

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Integrale.

$\int x\cos(3x)\,\mathrm{d}x$	
$\int_0^{\pi/3} x\cos(3x)\,\mathrm{d}x$	

Aufgabe 6 (*5 Punkte*)

In der Partialbruchzerlegung

$$\frac{12x^2-2x+16}{(x+1)(5x^2+5)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{5x^2+5}$$

gilt

$$A = \boxed{}\ ,\quad B = \boxed{}\ ,\quad C = \boxed{}\ .$$

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\int \frac{x}{5x^2+5}\,\mathrm{d}x = \boxed{} \qquad \int \frac{1}{5x^2+5}\,\mathrm{d}x = \boxed{}$$

$$\int \frac{12x^2-2x+16}{(x+1)(5x^2+5)}\,\mathrm{d}x = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (*6 Punkte*) Gegeben ist die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto 36x^2 - 12x^2y + 2y^2\,.$$

Bestimmen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix von f.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}^{\mathsf{T}}$$

$$\mathrm{H}f\,(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}$$

Geben Sie alle kritischen Stellen von f mit ihrem Typ an.

kritische Stelle	Typ

Bestimmen Sie das Taylorpolynom von f der Stufe 2 zum Entwicklungspunkt $(1,2)$:

$$T_2(f,(x,y),(1,2)) = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*4 Punkte*) Gegeben sind die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto 3x - 6y,$$

sowie die Menge $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid g(x,y) = 0\}$ mit $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto x^2 + 4y^2 - 1$.
Gesucht sind die Extrema der Funktion f auf der Menge M.
Stellen Sie dazu das Gleichungssystem nach Lagrange auf:

Bestimmen Sie die Stellen, in denen die Funktion f den maximalen und minimalen Wert auf M annimmt, sowie die Werte von f in diesen Stellen:

Typ	Stelle	Funktionswert
Maximum		
Minimum		

Aufgabe 9 (*3 Punkte*) Sei V das vom Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ abhängige Vektorfeld

$$V\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 4x\mathrm{e}^y \\ 2x^2\mathrm{e}^y + 2\alpha^2 y \sin(z) \\ 9y^2\cos(z) \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Rotation von V:

$$\operatorname{rot} V(x,y,z) = \left(\boxed{} \quad \boxed{} \quad \boxed{} \right)^{\mathsf{T}}$$

Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ hat V ein Potential?

Bestimmen Sie für $\alpha = 3$ ein Potential U für das Vektorfeld V:

$$U(x,y,z) = \boxed{}$$

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
Punkte	/1	/3	/3	/3	/3	/5	/6	/4	/3	/31

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\big(\cos(x)\big)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R},\ b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Bitte geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: | **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte. Falls ein Grenzwert nicht existiert, tragen Sie „divergent" ein.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2+6x-16}{x^2-2x} = \boxed{} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(6x)}{12x^2} = \boxed{}$$

$$\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{x^2+4x+7}-x\right) = \boxed{}$$

Aufgabe 3 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie, falls existent, die Summen der folgenden Reihen. Falls eine Reihe nicht konvergiert, tragen Sie „divergent" ein.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3\mathrm{i}}\right)^{n+1} = \boxed{}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{n!} = \boxed{}$$

Aufgabe 4 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Konvergenzradius $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$.

	$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{2+(-1)^k}{6}\right)^k (z+4)^k$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z-8\mathrm{i})^k}{3^k}$
z_0		
ρ		

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Integrale.

$\int x \sin(4x)\,\mathrm{d}x$	
$\int_0^{\pi/4} x \sin(4x)\,\mathrm{d}x$	

Aufgabe 6 (*5 Punkte*)

In der Partialbruchzerlegung

$$\frac{8x^2+2x+17}{(x+2)(3x^2+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{Bx+C}{3x^2+3}$$

gilt

$$A = \boxed{}\ ,\quad B = \boxed{}\ ,\quad C = \boxed{}\ .$$

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\int \frac{x}{3x^2+3}\,\mathrm{d}x = \boxed{} \qquad \int \frac{1}{3x^2+3}\,\mathrm{d}x = \boxed{}$$

$$\int \frac{8x^2+2x+17}{(x+2)(3x^2+3)}\,\mathrm{d}x = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (*6 Punkte*) Gegeben ist die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto 12x^2y - 36x^2 - 2y^2\,.$$

Bestimmen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix von f.

$$\operatorname{grad} f(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}^{\mathsf{T}}$$

$$\mathrm{H}f\,(x,y) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}$$

Geben Sie alle kritischen Stellen von f mit ihrem Typ an.

kritische Stelle	Typ

Bestimmen Sie das Taylorpolynom von f der Stufe 2 zum Entwicklungspunkt $(1,2)$:

$$T_2(f,(x,y),(1,2)) = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (*4 Punkte*) Gegeben sind die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto 12y - 4x,$$

sowie die Menge $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid g(x,y) = 0\}$ mit $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto x^2 + 9y^2 - 1$.
Gesucht sind die Extrema der Funktion f auf der Menge M.
Stellen Sie dazu das Gleichungssystem nach Lagrange auf:

Bestimmen Sie die Stellen, in denen die Funktion f den maximalen und minimalen Wert auf M annimmt, sowie die Werte von f in diesen Stellen:

Typ	Stelle	Funktionswert
Maximum		
Minimum		

Aufgabe 9 (*3 Punkte*) Sei V das vom Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ abhängige Vektorfeld

$$V\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 32x\mathrm{e}^y \\ \alpha^2 x^2 \mathrm{e}^y + 4y\sin(z) \\ 2y^2\cos(z) \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Rotation von V:

$$\operatorname{rot} V(x,y,z) = \begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}^{\mathsf{T}}$$

Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ hat V ein Potential?

Bestimmen Sie für $\alpha = 4$ ein Potential U für das Vektorfeld V:

$$U(x,y,z) = \boxed{}$$
