Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/3	/4	/4	/3	/4	/6	/6	/31

Beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\left(\cos(x)\right)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$, $b \in \mathbb{R}^+$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:		**Gruppennr.:**	

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Konvergenzradius $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$.

	$\sum\limits_{k=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{9}\right)^k (z+3)^k$	$\sum\limits_{k=2}^{\infty} \left(\frac{1}{9}(z^2+4\mathrm{i}z-4)\right)^k$	$\sum\limits_{k=3}^{\infty} \left(\frac{2+(-1)^k}{3\mathrm{e}^4}\right)^k (z+5\mathrm{i}-2)^k$
z_0			
ρ			

Aufgabe 3 (*4 Punkte*) Berechnen Sie:

$\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(-4)^k}$	$\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{7x^3+x}{x^4+2}$	$\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{\sin(x^2-2x)}{x^2-x-2}$	$\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{(4x+3)^2}{\sqrt{1+4x^4}}$

Aufgabe 4 (*4 Punkte*) Gegeben ist die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto \exp\left((x-2)^2\right).$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f.

$f'(x) =$ ☐

$f''(x) =$ ☐

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f,x,0)$ der Stufe 2 um den Entwicklungspunkt 0 auf.

$T_2(f,x,0) =$ ☐

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Auf dem Intervall $I = (0,1)$ seien durch

$$f_1(x) = \frac{4}{4-x^2}, \qquad f_2(x) = \frac{8}{4x^2+1}, \qquad f_3(x) = 2\mathrm{e}^{-x} - 2\mathrm{e}^{x},$$

$$G_1(x) = 4\arctan(2x), \quad G_2(x) = -4\cosh(x), \quad G_3(x) = \ln\left|\frac{8-x^2}{2\mathrm{e}^x}\right|, \quad G_4(x) = \ln\left|\frac{x+2}{x-2}\right|$$

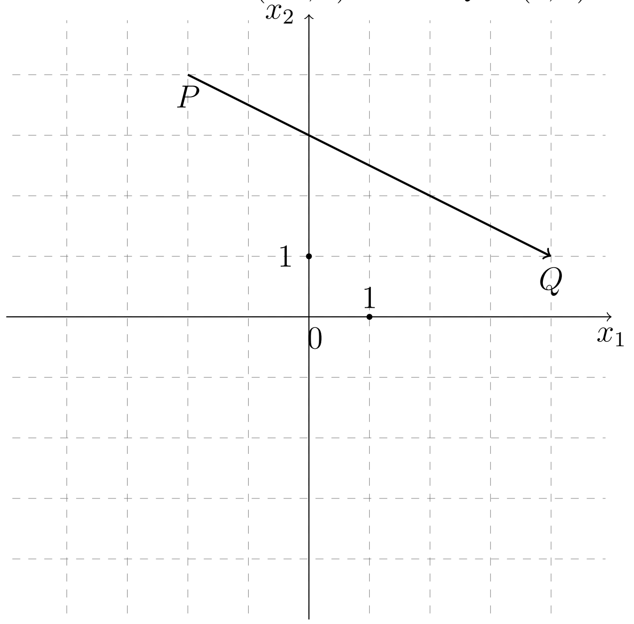
die Funktionen f_j und G_k definiert.

Geben Sie für jedes j an, welche der Funktionen G_k eine Stammfunktion von f_j ist.
Tragen Sie dazu jeweils „G_1“, „G_2“, „G_3“ oder „G_4“ in das betreffende Kästchen ein.

Die Funktion			
ist eine Stammfunktion von	f_1	f_2	f_3

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Geben Sie eine Parametrisierung C der abgebildeten Kurve K an.

Strecke von $P = (-2, 4)^\intercal$ nach $Q = (4, 1)^\intercal$



$C\colon$ $\to \mathbb{R}^2 \colon t \mapsto$

Berechnen Sie: $C'(t) =$

Bestimmen Sie ein Potential U des Vektorfelds

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \colon (x_1, x_2)^\intercal \mapsto \begin{pmatrix} 3x_2^2 \\ 6x_1x_2 + 1 \end{pmatrix}. \qquad U\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x_1, x_2)^\intercal \mapsto$$

Berechnen Sie $\displaystyle\int_K f(x) \bullet \mathrm{d}\,x =$

Aufgabe 7 (*6 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Integrale.

$$\int \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}\,\mathrm{d}x =$$

$$\int_0^{\pi/2} \sin(3x)\,\mathrm{d}x =$$

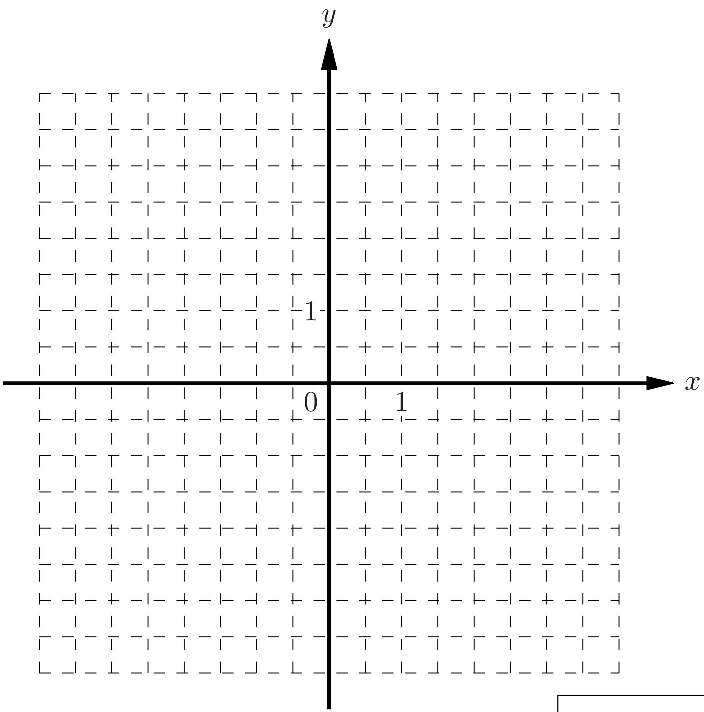
$$\int (x-2)\,\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x =$$

$$\int_0^{+\infty} (x-2)\,\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x =$$

$$\int \frac{1}{x^2+3x+2}\,\mathrm{d}x =$$

Aufgabe 8 (*6 Punkte*) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto (3 - 3y)(x^2 - y)$.

(a) Skizzieren Sie die Nullstellenmenge $N := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x, y) = 0\}$ von f für $-4 \leqq x \leqq 4$ und $-4 \leqq y \leqq 4$, und markieren Sie die Bereiche, in denen f positive bzw. negative Werte annimmt, mit „$+$“ bzw. „$-$“.



(b) Berechnen Sie: $\operatorname{grad} f(x, y) =$

(c) Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von f und geben Sie jeweils deren Typ an.

Kritische Stelle	Typ

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/3	/4	/4	/3	/4	/6	/6	/31

Beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\left(\cos(x)\right)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\, b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$, $b \in \mathbb{R}^+$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:		**Gruppennr.:**	

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Konvergenzradius $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$.

	$\sum\limits_{k=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{7}\right)^k (z-5)^k$	$\sum\limits_{k=2}^{\infty} \left(\frac{1}{16}(z^2+6\mathrm{i}z-9)\right)^k$	$\sum\limits_{k=3}^{\infty} \left(\frac{3+(-1)^k}{4\mathrm{e}^5}\right)^k (z+3-6\mathrm{i})^k$
z_0			
ρ			

Aufgabe 3 (*4 Punkte*) Berechnen Sie:

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{9x^3+x}{2x^4+2}$	$\sum\limits_{k=0}^{\infty} \dfrac{1}{3^k}$	$\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sin(2x^2-6x)}{x^2-x-6}$	$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{(3x+2)^2}{\sqrt{1+16x^4}}$

Aufgabe 4 (*4 Punkte*) Gegeben ist die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}\colon x\mapsto \exp\left((x+2)^2\right).$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f.

$f'(x) =$

$f''(x) =$

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f,x,0)$ der Stufe 2 um den Entwicklungspunkt 0 auf.

$T_2(f,x,0) =$

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Auf dem Intervall $I=(0,1)$ seien durch

$$f_1(x)=\frac{2}{4+x^2}\,,\qquad f_2(x)=\frac{4}{x^2-4}\,,\qquad f_3(x)=2\mathrm{e}^{-x}+2\mathrm{e}^{x}\,,$$

$$G_1(x)=4\sinh(x)\,,\quad G_2(x)=\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|,\quad G_3(x)=\arctan\left(\frac{x}{2}\right),\quad G_4(x)=\ln\left|\frac{2-x^2}{4\mathrm{e}^{x}}\right|$$

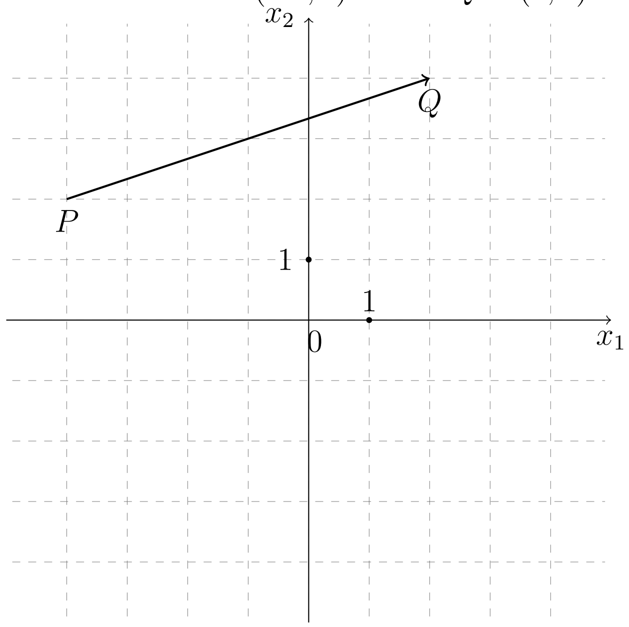
die Funktionen f_j und G_k definiert.

Geben Sie für jedes j an, welche der Funktionen G_k eine Stammfunktion von f_j ist.
Tragen Sie dazu jeweils „G_1“, „G_2“, „G_3“ oder „G_4“ in das betreffende Kästchen ein.

Die Funktion			
ist eine Stammfunktion von	f_1	f_2	f_3

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Geben Sie eine Parametrisierung C der abgebildeten Kurve K an.

Strecke von $P = (-4,2)^\intercal$ nach $Q = (2,4)^\intercal$



$C\colon$ $\to \mathbb{R}^2 \colon t \mapsto$

Berechnen Sie: $C'(t) =$

Bestimmen Sie ein Potential U des Vektorfelds

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \colon (x_1, x_2)^\intercal \mapsto \begin{pmatrix} 4x_1x_2 \\ 2x_1^2 + 1 \end{pmatrix}. \qquad U\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x_1,x_2)^\intercal \mapsto$$

Berechnen Sie $\displaystyle\int_K f(x) \bullet \mathrm{d}\, x =$

Aufgabe 7 (*6 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Integrale.

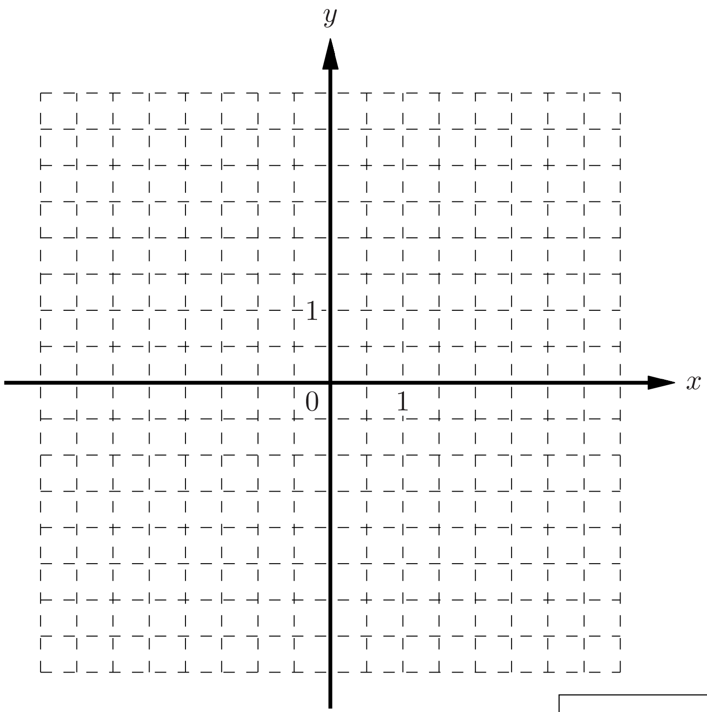
$$\int \frac{1}{\sqrt[4]{x^5}}\,\mathrm{d}x \quad = \qquad\qquad \int_0^{\pi/4} \sin(2x)\,\mathrm{d}x \quad =$$

$$\int (x-3)\,\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x \quad = \qquad\qquad \int_0^{+\infty} (x-3)\,\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x \quad =$$

$$\int \frac{3}{x^2 - x - 2}\,\mathrm{d}x \quad =$$

Aufgabe 8 (*6 Punkte*) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto (-2y - 2)(y + x^2)$.

(a) Skizzieren Sie die Nullstellenmenge $N := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x, y) = 0\}$ von f für $-4 \leqq x \leqq 4$ und $-4 \leqq y \leqq 4$, und markieren Sie die Bereiche, in denen f positive bzw. negative Werte annimmt, mit „+“ bzw. „−“.



(b) Berechnen Sie: $\operatorname{grad} f(x, y) =$

(c) Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von f und geben Sie jeweils deren Typ an.

Kritische Stelle	Typ

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/3	/4	/4	/3	/4	/6	/6	/31

Beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$, $b \in \mathbb{R}^+$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin: **Gruppennr.:**

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Konvergenzradius $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$.

	$\sum_{k=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{5}\right)^k (z+7)^k$	$\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{1}{36}(z^2-6iz-9)\right)^k$	$\sum_{k=3}^{\infty} \left(\frac{4+(-1)^k}{5e^6}\right)^k (z+1+3i)^k$
z_0			
ρ			

Aufgabe 3 (*4 Punkte*) Berechnen Sie:

$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{4^k}$	$\lim_{x\to+\infty} \frac{3x^3+x}{3x^4+2}$	$\lim_{x\to 2} \frac{\sin(x^2-x-2)}{x^2-2x}$	$\lim_{x\to+\infty} \frac{(6x+1)^2}{\sqrt{1+9x^4}}$

Aufgabe 4 (*4 Punkte*) Gegeben ist die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto \exp\left((x-3)^2\right).$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f.

$f'(x) =$

$f''(x) =$

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f, x, 0)$ der Stufe 2 um den Entwicklungspunkt 0 auf.

$T_2(f, x, 0) =$

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Auf dem Intervall $I = (0, 1)$ seien durch

$$f_1(x) = 3e^x - 3e^{-x}, \qquad f_2(x) = \frac{6}{9-x^2}, \qquad f_3(x) = \frac{6}{9x^2+1},$$

$$G_1(x) = \ln\left|\frac{6-x^2}{3e^x}\right|, \quad G_2(x) = 2\arctan(3x), \quad G_3(x) = \ln\left|\frac{x+3}{x-3}\right|, \quad G_4(x) = 6\cosh(x)$$

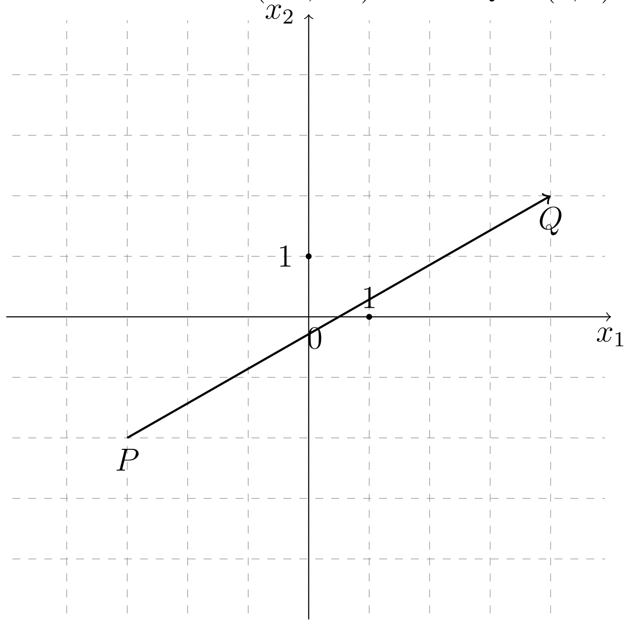
die Funktionen f_j und G_k definiert.

Geben Sie für jedes j an, welche der Funktionen G_k eine Stammfunktion von f_j ist.
Tragen Sie dazu jeweils „G_1“, „G_2“, „G_3“ oder „G_4“ in das betreffende Kästchen ein.

Die Funktion			
ist eine Stammfunktion von	f_1	f_2	f_3

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Geben Sie eine Parametrisierung C der abgebildeten Kurve K an.

Strecke von $P = (-3, -2)^\intercal$ nach $Q = (4, 2)^\intercal$



$C\colon$ $\quad \to \mathbb{R}^2 \colon t \mapsto$

Berechnen Sie: $C'(t) =$

Bestimmen Sie ein Potential U des Vektorfelds

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \colon (x_1, x_2)^\intercal \mapsto \begin{pmatrix} 5x_2^2 \\ 10x_1x_2 + 1 \end{pmatrix}. \qquad U\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x_1, x_2)^\intercal \mapsto$$

Berechnen Sie $\displaystyle\int_K f(x) \bullet \mathrm{d}\,x =$

Aufgabe 7 (*6 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Integrale.

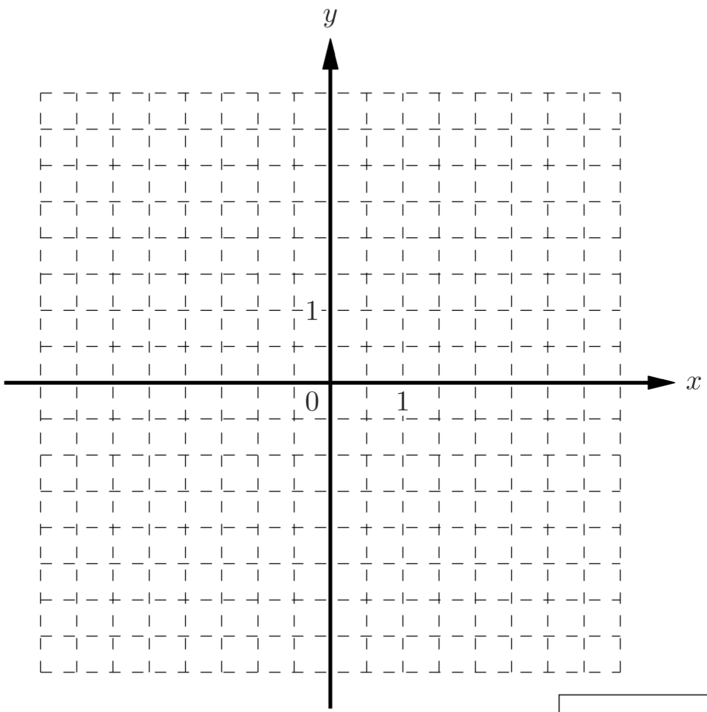
$$\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\,\mathrm{d}x = \qquad\qquad \int_0^{\pi/2} \cos(3x)\,\mathrm{d}x =$$

$$\int (x+2)\,\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x = \qquad\qquad \int_0^{+\infty} (x+2)\,\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x =$$

$$\int \frac{1}{x^2 - 3x + 2}\,\mathrm{d}x =$$

Aufgabe 8 (*6 Punkte*) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto (3y - 3)(x^2 - y)$.

(a) Skizzieren Sie die Nullstellenmenge $N := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x, y) = 0\}$ von f für $-4 \leqq x \leqq 4$ und $-4 \leqq y \leqq 4$, und markieren Sie die Bereiche, in denen f positive bzw. negative Werte annimmt, mit „+“ bzw. „−“.



(b) Berechnen Sie: $\operatorname{grad} f(x, y) =$

(c) Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von f und geben Sie jeweils deren Typ an.

Kritische Stelle	Typ

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Punkte	/1	/3	/4	/4	/3	/4	/6	/6	/31

Beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{\left(\cos(x)\right)^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $b \in \mathbb{R}^+$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*1 Punkt*) Geben Sie den Namen Ihres Tutors bzw. Ihrer Tutorin und die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.

Name des Tutors/der Tutorin:		**Gruppennr.:**	

Aufgabe 2 (*3 Punkte*) Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Konvergenzradius $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$.

	$\sum_{k=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^k (z-9)^k$	$\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{1}{25}(z^2 - 4iz - 4)\right)^k$	$\sum_{k=3}^{\infty} \left(\frac{5+(-1)^k}{6e^7}\right)^k (z + 8i - 5)^k$
z_0			
ρ			

Aufgabe 3 (*4 Punkte*) Berechnen Sie:

$\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(-3)^k}$	$\displaystyle\lim_{x\to 3} \frac{\sin(x^2-x-6)}{2x^2-6x}$	$\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{5x^3+x}{4x^4+2}$	$\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{(2x+4)^2}{\sqrt{1+25x^4}}$

Aufgabe 4 (*4 Punkte*) Gegeben ist die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon x \mapsto \exp\left((x+3)^2\right).$$

Berechnen Sie die ersten zwei Ableitungen von f.

$f'(x) =$

$f''(x) =$

Stellen Sie das Taylorpolynom $T_2(f,x,0)$ der Stufe 2 um den Entwicklungspunkt 0 auf.

$T_2(f,x,0) =$

Aufgabe 5 (*3 Punkte*) Auf dem Intervall $I = (0,1)$ seien durch

$$f_1(x) = 3\mathrm{e}^x + 3\mathrm{e}^{-x}, \qquad f_2(x) = \frac{15}{1+25x^2}, \qquad f_3(x) = \frac{6}{x^2-9},$$

$$G_1(x) = \ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right|, \quad G_2(x) = \ln\left|\frac{x^2-3}{6\mathrm{e}^x}\right|, \quad G_3(x) = 6\sinh(x), \quad G_4(x) = 3\arctan(5x)$$

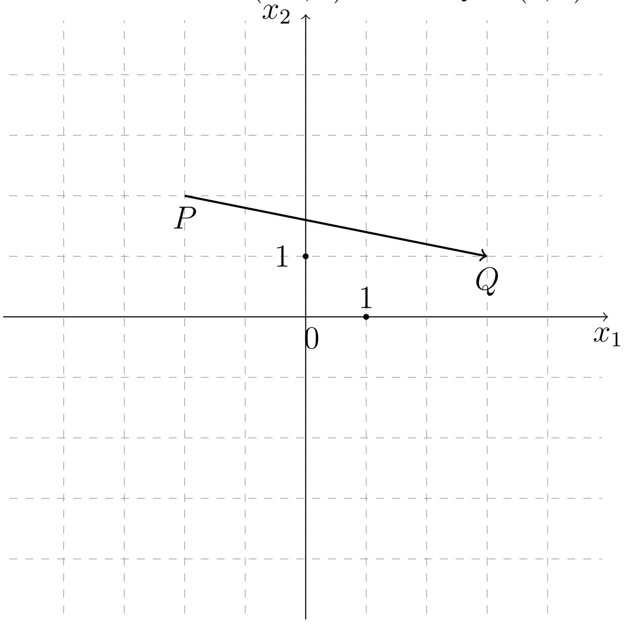
die Funktionen f_j und G_k definiert.

Geben Sie für jedes j an, welche der Funktionen G_k eine Stammfunktion von f_j ist.
Tragen Sie dazu jeweils „G_1“, „G_2“, „G_3“ oder „G_4“ in das betreffende Kästchen ein.

Die Funktion			
ist eine Stammfunktion von	f_1	f_2	f_3

Aufgabe 6 (*4 Punkte*) Geben Sie eine Parametrisierung C der abgebildeten Kurve K an.

Strecke von $P = (-2,2)^\intercal$ nach $Q = (3,1)^\intercal$



$C\colon$ $\quad\rightarrow \mathbb{R}^2 \colon t \mapsto$

Berechnen Sie: $C'(t) =$

Bestimmen Sie ein Potential U des Vektorfelds

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \colon (x_1,x_2)^\intercal \mapsto \begin{pmatrix} 4x_2^2 \\ 8x_1x_2+1 \end{pmatrix}. \qquad U\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \colon (x_1,x_2)^\intercal \mapsto$$

Berechnen Sie $\displaystyle\int_K f(x) \bullet \mathrm{d}\,x =$

Aufgabe 7 (*6 Punkte*) Berechnen Sie die folgenden Integrale.

$$\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}\,\mathrm{d}x \quad =$$

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cos(2x)\,\mathrm{d}x \quad =$$

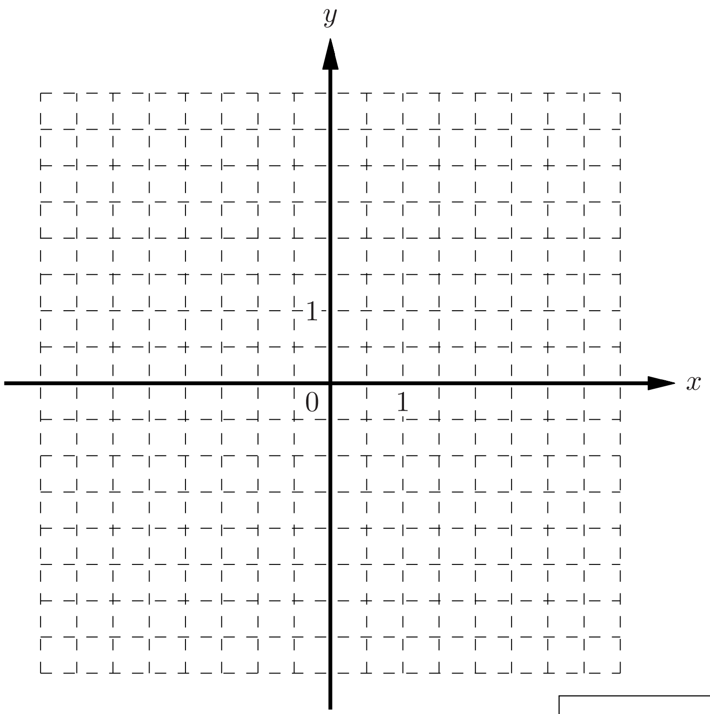
$$\int (x+1)\,\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x \quad =$$

$$\int_0^{+\infty} (x+1)\,\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x \quad =$$

$$\int \frac{3}{x^2+x-2}\,\mathrm{d}x \quad =$$

Aufgabe 8 (*6 Punkte*) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto (2 + 2y)(y + x^2)$.

(a) Skizzieren Sie die Nullstellenmenge $N := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x, y) = 0\}$ von f für $-4 \leqq x \leqq 4$ und $-4 \leqq y \leqq 4$, und markieren Sie die Bereiche, in denen f positive bzw. negative Werte annimmt, mit „+“ bzw. „−“.



(b) Berechnen Sie: $\operatorname{grad} f(x, y) = \boxed{}$

(c) Bestimmen Sie alle kritischen Stellen von f und geben Sie jeweils deren Typ an.

Kritische Stelle	Typ