



**Aufgabe 7** (5 Punkte)

0 1 2 3 4 5

Gegeben sei  $\mathbb{R}^2$  mit Standardkoordinatensystem  $\mathbb{E} = (0; e_1, e_2)$ . Darin sind die Punkte  $P_0, P_1$  und  $P_2$  gegeben durch:

$${}_{\mathbb{E}}P_0 = (3, 2)^{\top}, {}_{\mathbb{E}}P_1 = (4, 6)^{\top}, {}_{\mathbb{E}}P_2 = (4, 4)^{\top}.$$

Gesucht ist nun ein zweites Koordinatensystem  $\mathbb{F}$  mit

$${}_{\mathbb{F}}P_0 = (0, 0)^{\top}, {}_{\mathbb{F}}P_1 = (1, 1)^{\top}, {}_{\mathbb{F}}P_2 = (1, -1)^{\top}.$$

Geben Sie das Koordinatensystem  $\mathbb{F}$  und die Koordinatentransformation  ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$  an:

$\mathbb{F} =$

${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 : v \mapsto$

**Aufgabe 8** (4 Punkte)

0 1 2 3 4

Gegeben ist die vom reellen Parameter  $\beta$  abhängige Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  durch

$$a_n := (1 - \beta)^n.$$

Für welche  $\beta \in \mathbb{R}$  ist die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$

(a) alternierend?

(b) streng monoton fallend?

(c) beschränkt?

(d) streng monoton steigend?

**Scheinklausur**

**Höhere Mathematik 1**

1 2 3 4

Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.

Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt. Viel Erfolg!

**Aufgabe 1** (1 Punkt)

0 1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästchen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

**Matrikelnummer:**

**Gruppe:**

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

**Name, Vorname:**

**Matrikelnummer:**

**Aufgabe 2** (4 Punkte)

0 1 2 3 4

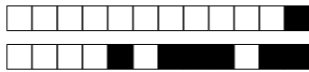
Die Matrix  $A_t$  ist für  $t \in \mathbb{R}$  gegeben durch

$$A_t = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 3 + 4t \end{pmatrix}.$$

(a) Geben Sie die Eigenwerte von  $A_t$  in Abhängigkeit von  $t \in \mathbb{R}$  an.

(b) Für welche Werte  $t \in \mathbb{R}$  ist  $A_t$  invertierbar?

(c) Für welche Werte  $t \in \mathbb{R}$  ist  $A_t$  diagonalisierbar?



**Aufgabe 3** (5 Punkte)

0  1  2  3  4  5

Gegeben ist die Quadrik  $Q = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x^T Ax + c = 0\}$  mit

$$A = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -12 & 9 \\ 9 & 12 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = 0.$$

(a) Bestimmen Sie die Eigenwerte  $\lambda_1, \lambda_2$  von  $A$  und die zugehörige Transformationsmatrix  $F$ .

$\lambda_1 =$    $\lambda_2 =$    $F =$

(b) Bestimmen Sie eine euklidische Normalform und die Gestalt der Quadrik  $Q$ .

Euklidische Normalform   
Gestalt

**Aufgabe 4** (3 Punkte)

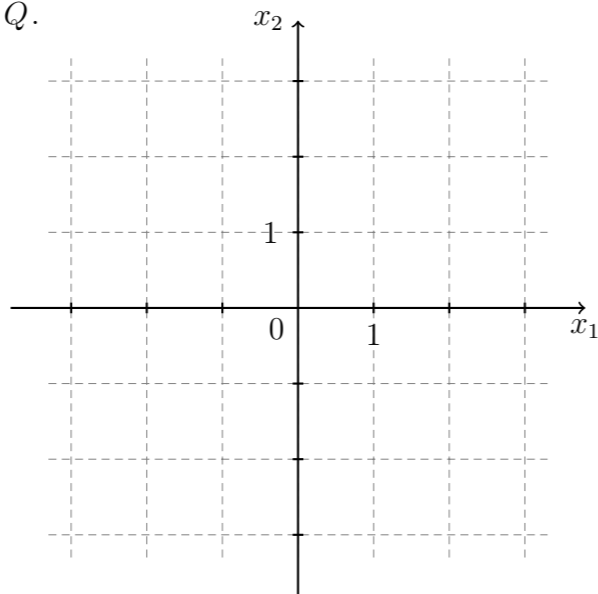
0  1  2  3

Gegeben ist die Quadrik  $Q = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x^T Ax + 2a^T x + c = 0\}$  mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad c = -12.$$

(a) Bestimmen Sie eine euklidische Normalform von  $Q$ .

(b) Skizzieren Sie die Quadrik  $Q$  in Standardkoordinaten. Zeichnen Sie zudem das Koordinatensystem ein, welches zur oben bestimmten euklidischen Normalform gehört.



**Aufgabe 5** (3 Punkte)

0  1  2  3

Gegeben sei der Doppelkegel

$$Q = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid 3x_1^2 + 4x_2^2 - x_3^2 = 0\}$$

und die vom Parameter  $d \in \mathbb{R}$  abhängige Ebene  $E_d = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x_3 = d\}$ . Geben Sie, falls möglich, ein  $d \in \mathbb{R}$  an, so dass der Schnitt  $Q \cap E_d$  die jeweils angegebene Gestalt hat. Falls dies nicht möglich ist, tragen Sie „existiert nicht“ in das Kästchen ein.

(a) Genau ein Punkt.

(b) Eine Ellipse mit den Halbachsen  $h_1 = 1$  und  $h_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

(c) Zwei sich schneidende Geraden.

**Aufgabe 6** (6 Punkte)

0  1  2  3  4  5  6

Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie eine zu  $A$  konjugierte Diagonalmatrix  $D$  sowie eine orthogonale Transformationsmatrix  $T$  so, dass  $T^T A T = D$  ist.

$D =$

$T =$