Aufgabe 7 (5 Punkte) ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5

Gegeben seien die folgenden Funktionen.

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto 5x^2 - xy \qquad\qquad g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto y - 4x^2 + 2$$

Berechnen Sie die Gradienten von f und g.

$\operatorname{grad} f(x,y) =$ ☐ $\qquad$ $\operatorname{grad} g(x,y) =$ ☐

Geben Sie die drei Gleichungen an, die die Bedingungen von Lagrange für kritische Stellen von f unter der Nebenbedingung $g(x,y) = 0$ beschreiben:

☐

Für welche der folgenden x-Werte gibt es y und λ so, dass die Bedingungen erfüllt sind? Geben Sie gegebenenfalls dazu auch den y-Wert und den Lagrange-Multiplikator λ an.

$x_1 = 1$ ☐ Ja, mit $y =$ ☐, $\lambda =$ ☐ | ☐ Nein

$x_2 = -1$ ☐ Ja, mit $y =$ ☐, $\lambda =$ ☐ | ☐ Nein

Aufgabe 8 (3 Punkte) ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Sei $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} 3x + \mathrm{e}^{2y} + \cos(z^2) \\ \alpha x \mathrm{e}^{2y} \\ -\alpha xz \sin(z^2) \end{pmatrix}$.

(a) Berechnen Sie die Jacobi-Matrix von f:

$\mathrm{J} f(x,y,z) =$ ☐

(b) Für welchen Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ ist die Jacobi-Matrix symmetrisch, das heißt für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$ gilt $\mathrm{J} f(x,y,z) = (\mathrm{J} f(x,y,z))^\top$? Für $\alpha =$ ☐

Scheinklausur — **Höhere Mathematik 2** — **15. 7. 2017**

Beachten Sie die folgenden **Hinweise:** ☐1 ☐2 ☐3 ☐4

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R} \setminus \{0\},\ b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) ☐0 ☐1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Matrikelnummer:

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

Gruppe:

☐0	☐0
☐1	☐1
☐2	☐2
☐3	☐3
☐4	☐4
☐5	☐5
☐6	☐6
☐7	☐7
☐8	☐8
☐9	☐9

Aufgabe 2 (4 Punkte) 0 1 2 3 4

Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Konvergenzradius $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$.

	$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z-2\mathrm{i}}{1+3\mathrm{i}}\right)^k$	$\sum_{j=0}^{\infty} 3^j \left(\frac{5}{2}z - \mathrm{i} + 2\right)^j$	$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(6+(-1)^n)^n}{n}(z+2)^n$
z_0			
ρ			

Aufgabe 3 (3 Punkte) 0 1 2 3

Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die stetige Funktion mit $f(x) = \begin{cases} 7x^2 - \frac{5}{4} & \text{falls } x < \frac{1}{2} \\ \alpha \ln(2x) + \frac{1}{2} & \text{falls } x \geqq \frac{1}{2} \end{cases}$.

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte für $x_0 = \frac{1}{2}$.

$$\lim_{x \to x_0 - 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \boxed{} \qquad \lim_{x \to x_0 + 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \boxed{}$$

Für welchen Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ ist f differenzierbar in $\mathbb{R}$?

$$\alpha = \boxed{}$$

Aufgabe 4 (4 Punkte) 0 1 2 3 4

Führen Sie die reelle Partialbruchzerlegung durch:

$$\frac{x^3 + 2x^2 - 4x + 2}{x(x-2)(x^2+1)} = \boxed{}$$

Aufgabe 5 (6 Punkte) 0 1 2 3 4 5 6

Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten und bestimmten Integrale.

$$\int \frac{x\cos(2x^2)}{\sin(2x^2)}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int \cos(x)\cosh(x)\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

$$\int_1^2 \frac{5}{x-3}\,\mathrm{d}\,x = \boxed{}$$

Aufgabe 6 (5 Punkte) 0 1 2 3 4 5

Gegeben sei die Funktion $f : (-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}) \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := (-3x+1)^2 \ln(-3x+1) + 2$.

Bestimmen Sie die Ableitungen

$$f'(x) = \boxed{}$$

$$f''(x) = \boxed{}$$

und das Taylorpolynom der Stufe 2 zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$:

$$T_2(f, x, 0) = \boxed{}$$

Aufgabe 7 (5 Punkte) ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5

Gegeben seien die folgenden Funktionen.

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto 5x^2 - xy \qquad g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto y + 4x^2 - 2$$

Berechnen Sie die Gradienten von f und g.

$\operatorname{grad} f(x,y) =$ ☐ $\qquad \operatorname{grad} g(x,y) =$ ☐

Geben Sie die drei Gleichungen an, die die Bedingungen von Lagrange für kritische Stellen von f unter der Nebenbedingung $g(x,y) = 0$ beschreiben:

☐

Für welche der folgenden x-Werte gibt es y und λ so, dass die Bedingungen erfüllt sind? Geben Sie gegebenenfalls dazu auch den y-Wert und den Lagrange-Multiplikator λ an.

$x_1 = 1$ ☐ Ja, mit $y =$ ☐, $\lambda =$ ☐ ☐ Nein

$x_2 = -1$ ☐ Ja, mit $y =$ ☐, $\lambda =$ ☐ ☐ Nein

Aufgabe 8 (3 Punkte) ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Sei $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} 5x + \mathrm{e}^{-3z} + \cos(y^2) \\ \alpha xy \sin(y^2) \\ (\alpha - 1)x\mathrm{e}^{-3z} \end{pmatrix}$.

(a) Berechnen Sie die Jacobi-Matrix von f:

$\mathrm{J}\, f(x,y,z) =$ ☐

(b) Für welchen Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ ist die Jacobi-Matrix symmetrisch, das heißt für alle $x,y,z \in \mathbb{R}$ gilt $\mathrm{J}\, f(x,y,z) = (\mathrm{J}\, f(x,y,z))^\top$? Für $\alpha =$ ☐

Beachten Sie die folgenden **Hinweise:** ☐1 ☐2 ☐3 ☐4

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\, x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\, b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) ☐0 ☐1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Matrikelnummer:

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

Gruppe:

☐0	☐0
☐1	☐1
☐2	☐2
☐3	☐3
☐4	☐4
☐5	☐5
☐6	☐6
☐7	☐7
☐8	☐8
☐9	☐9

Aufgabe 2 (4 Punkte) 0 1 2 3 4

Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Konvergenzradius $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$.

	$\sum_{k=0}^{\infty} 3^k \left(\frac{3}{2}z - \mathrm{i} + 1\right)^k$	$\sum_{j=3}^{\infty} \frac{(2+(-1)^j)^j}{j}(z+3)^j$	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z-5\mathrm{i}}{2+3\mathrm{i}}\right)^n$
z_0			
ρ			

Aufgabe 3 (3 Punkte) 0 1 2 3

Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die stetige Funktion mit $f(x) = \begin{cases} 10x^2 + \frac{19}{8} & \text{falls } x < \frac{1}{4} \\ \alpha \ln(4x) + 3 & \text{falls } x \geqq \frac{1}{4} \end{cases}$.

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte für $x_0 = \frac{1}{4}$.

$$\lim_{x \to x_0 - 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \qquad \lim_{x \to x_0 + 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} =$$

Für welchen Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ ist f differenzierbar in $\mathbb{R}$?

$$\alpha =$$

Aufgabe 4 (4 Punkte) 0 1 2 3 4

Führen Sie die reelle Partialbruchzerlegung durch:

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 9x + 3}{x(x-3)(x^2+1)} =$$

Aufgabe 5 (6 Punkte) 0 1 2 3 4 5 6

Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten und bestimmten Integrale.

$$\int \frac{x \cos(3x^2)}{\sin(3x^2)} \,\mathrm{d}\,x =$$

$$\int \cos(x) \sinh(x) \,\mathrm{d}\,x =$$

$$\int_1^3 \frac{4}{x-4} \,\mathrm{d}\,x =$$

Aufgabe 6 (5 Punkte) 0 1 2 3 4 5

Gegeben sei die Funktion $f : (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := (-2x+1)^2 \ln(-2x+1) + 5$.

Bestimmen Sie die Ableitungen

$$f'(x) =$$

$$f''(x) =$$

und das Taylorpolynom der Stufe 2 zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$:

$$T_2(f, x, 0) =$$

Aufgabe 7 (5 Punkte) ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5

Gegeben seien die folgenden Funktionen.

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto 5x^2 + xy \qquad g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto y + 4x^2 - 2$$

Berechnen Sie die Gradienten von f und g.

$\operatorname{grad} f(x,y) =$ ☐ $\qquad \operatorname{grad} g(x,y) =$ ☐

Geben Sie die drei Gleichungen an, die die Bedingungen von Lagrange für kritische Stellen von f unter der Nebenbedingung $g(x,y) = 0$ beschreiben:

☐

Für welche der folgenden x-Werte gibt es y und λ so, dass die Bedingungen erfüllt sind? Geben Sie gegebenenfalls dazu auch den y-Wert und den Lagrange-Multiplikator λ an.

$x_1 = 1$ ☐ Ja, mit $y =$ ☐, $\lambda =$ ☐ ☐ Nein

$x_2 = -1$ ☐ Ja, mit $y =$ ☐, $\lambda =$ ☐ ☐ Nein

Aufgabe 8 (3 Punkte) ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Sei $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} \alpha y \mathrm{e}^{-2x} \\ 4y + \mathrm{e}^{-2x} + \cos(z^2) \\ \alpha yz \sin(z^2) \end{pmatrix}$.

(a) Berechnen Sie die Jacobi-Matrix von f:

$\mathrm{J}\, f(x,y,z) =$ ☐

(b) Für welchen Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ ist die Jacobi-Matrix symmetrisch, das heißt für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$ gilt $\mathrm{J}\, f(x,y,z) = (\mathrm{J}\, f(x,y,z))^\top$? Für $\alpha =$ ☐

Scheinklausur **Höhere Mathematik 2** **15. 7. 2017**

Beachten Sie die folgenden **Hinweise:** ☐1 ☐2 ☐3 ☐4

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a\, x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\ln(b)\, b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) ☐0 ☐1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Matrikelnummer:

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

Gruppe:

☐0	☐0
☐1	☐1
☐2	☐2
☐3	☐3
☐4	☐4
☐5	☐5
☐6	☐6
☐7	☐7
☐8	☐8
☐9	☐9

Aufgabe 2 (4 Punkte) $\square$ 0 $\square$ 1 $\square$ 2 $\square$ 3 $\square$ 4

Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Konvergenzradius $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$.

	$\sum_{k=3}^{\infty} \frac{\left(3+(-1)^k\right)^k}{k}(z+2)^k$	$\sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{z-\mathrm{i}}{3+2\mathrm{i}}\right)^j$	$\sum_{n=0}^{\infty} 5^n \left(\frac{3}{2}z-\mathrm{i}-1\right)^n$
z_0			
ρ			

Aufgabe 3 (3 Punkte) $\square$ 0 $\square$ 1 $\square$ 2 $\square$ 3

Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die stetige Funktion mit $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}x^2 + \frac{7}{2} & \text{falls } x < 2 \\ \alpha \ln\left(\frac{x}{2}\right) + 5 & \text{falls } x \geqq 2 \end{cases}$.

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte für $x_0 = 2$.

$$\lim_{x \to x_0 - 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \square \qquad \lim_{x \to x_0 + 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \square$$

Für welchen Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ ist f differenzierbar in $\mathbb{R}$?

$$\alpha = \square$$

Aufgabe 4 (4 Punkte) $\square$ 0 $\square$ 1 $\square$ 2 $\square$ 3 $\square$ 4

Führen Sie die reelle Partialbruchzerlegung durch:

$$\frac{x^3 - 2x^2 - 4x - 2}{x(x+2)(x^2+1)} = \square$$

Aufgabe 5 (6 Punkte) $\square$ 0 $\square$ 1 $\square$ 2 $\square$ 3 $\square$ 4 $\square$ 5 $\square$ 6

Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten und bestimmten Integrale.

$$\int \frac{x\cos(4x^2)}{\sin(4x^2)}\,\mathrm{d}\,x = \square$$

$$\int \sin(x)\cosh(x)\,\mathrm{d}\,x = \square$$

$$\int_1^4 \frac{3}{x-5}\,\mathrm{d}\,x = \square$$

Aufgabe 6 (5 Punkte) $\square$ 0 $\square$ 1 $\square$ 2 $\square$ 3 $\square$ 4 $\square$ 5

Gegeben sei die Funktion $f : (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := (2x+1)^2 \ln(2x+1) + 7$.

Bestimmen Sie die Ableitungen

$$f'(x) = \square$$

$$f''(x) = \square$$

und das Taylorpolynom der Stufe 2 zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$:

$$T_2(f, x, 0) = \square$$

Aufgabe 7 (5 Punkte) ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5

Gegeben seien die folgenden Funktionen.

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto 5x^2 + xy \qquad g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon (x,y) \mapsto y - 4x^2 + 2$$

Berechnen Sie die Gradienten von f und g.

$\operatorname{grad} f(x,y) =$ ☐ $\qquad \operatorname{grad} g(x,y) =$ ☐

Geben Sie die drei Gleichungen an, die die Bedingungen von Lagrange für kritische Stellen von f unter der Nebenbedingung $g(x,y) = 0$ beschreiben:

☐

Für welche der folgenden x-Werte gibt es y und λ so, dass die Bedingungen erfüllt sind? Geben Sie gegebenenfalls dazu auch den y-Wert und den Lagrange-Multiplikator λ an.

$x_1 = 1$ ☐ Ja, mit $y =$ ☐, $\lambda =$ ☐ ☐ Nein

$x_2 = -1$ ☐ Ja, mit $y =$ ☐, $\lambda =$ ☐ ☐ Nein

Aufgabe 8 (3 Punkte) ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Sei $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3\colon (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} \alpha xz \sin(x^2) \\ (1-\alpha) z e^{3y} \\ -5z + e^{3y} + \cos(x^2) \end{pmatrix}$.

(a) Berechnen Sie die Jacobi-Matrix von f:

$\mathrm{J} f(x,y,z) =$ ☐

(b) Für welchen Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ ist die Jacobi-Matrix symmetrisch, das heißt für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$ gilt $\mathrm{J} f(x,y,z) = (\mathrm{J} f(x,y,z))^\top$? Für $\alpha =$ ☐

Scheinklausur **Höhere Mathematik 2** **15. 7. 2017**

Beachten Sie die folgenden **Hinweise:** ☐1 ☐2 ☐3 ☐4

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a\,x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln\lvert x\rvert$	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b)\,b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) ☐0 ☐1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

Matrikelnummer:

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

Gruppe:

☐0	☐0
☐1	☐1
☐2	☐2
☐3	☐3
☐4	☐4
☐5	☐5
☐6	☐6
☐7	☐7
☐8	☐8
☐9	☐9

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Aufgabe 2 (4 Punkte) 0 1 2 3 4

Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt $z_0 \in \mathbb{C}$ und den Konvergenzradius $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$.

	$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z-3\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}\right)^k$	$\sum_{j=3}^{\infty} \frac{(5+(-1)^j)^j}{j}(z+1)^j$	$\sum_{n=0}^{\infty} 2^n \left(\frac{5}{3}z - \mathrm{i} - 2\right)^n$
z_0			
ρ			

Aufgabe 3 (3 Punkte) 0 1 2 3

Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die stetige Funktion mit $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + \frac{5}{3} & \text{falls } x < \frac{1}{3} \\ \alpha \ln(3x) + 2 & \text{falls } x \geqq \frac{1}{3} \end{cases}$.

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte für $x_0 = \frac{1}{3}$.

$$\lim_{x \to x_0 - 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \qquad \lim_{x \to x_0 + 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} =$$

Für welchen Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ ist f differenzierbar in $\mathbb{R}$?

$$\alpha =$$

Aufgabe 4 (4 Punkte) 0 1 2 3 4

Führen Sie die reelle Partialbruchzerlegung durch:

$$\frac{x^3 - 3x^2 - 9x - 3}{x(x+3)(x^2+1)} =$$

Aufgabe 5 (6 Punkte) 0 1 2 3 4 5 6

Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten und bestimmten Integrale.

$$\int \frac{x \cos(5x^2)}{\sin(5x^2)} \,\mathrm{d}\, x =$$

$$\int \sin(x) \sinh(x) \,\mathrm{d}\, x =$$

$$\int_1^5 \frac{2}{x-6} \,\mathrm{d}\, x =$$

Aufgabe 6 (5 Punkte) 0 1 2 3 4 5

Gegeben sei die Funktion $f : (-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}) \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := (3x+1)^2 \ln(3x+1) + 4$.

Bestimmen Sie die Ableitungen

$$f'(x) =$$

$$f''(x) =$$

und das Taylorpolynom der Stufe 2 zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$:

$$T_2(f, x, 0) =$$