



**Aufgabe 7** (4 Punkte)

0  1  2  3  4

Bestimmen Sie reelle Zahlen  $\alpha$  und  $\beta$  so, dass  $C: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2: t \mapsto \begin{pmatrix} \alpha t \\ \beta t^2 e^{\alpha t} \end{pmatrix}$  eine Kurve  $K$  mit Anfangspunkt  $C(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  und Endpunkt  $C(1) = \begin{pmatrix} 2 \\ e^4 \end{pmatrix}$  parametrisiert.

$\alpha =$

$\beta =$

Bestimmen Sie ein Potential  $U$  zum Vektorfeld  $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 3 + 2x_1x_2 \\ x_1^2 - 3x_2^2 \end{pmatrix}$ .

$U(x_1, x_2) =$

Berechnen Sie das Kurvenintegral

$\int_K g(x) \cdot dx =$

**Aufgabe 8** (4 Punkte)

0  1  2  3  4

Führen Sie die reelle Partialbruchzerlegung durch:

$\frac{6x^2 - 2x + 4}{x^4 - 1} =$

Beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

1  2  3  4

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein.

$f(x)$	$x^a$	$e^x$	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a x^{a-1}$	$e^x$	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$f(x)$	$b^x$	$\ln x $	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b)b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$x$	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

**Aufgabe 1** (1 Punkt)

0  1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

Matrikelnummer:

Gruppe:

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

**Aufgabe 2** (3 Punkte)

0  1  2  3

Bestimmen Sie, falls existent, die Summen der folgenden Reihen. Falls eine Reihe nicht konvergiert, tragen Sie „divergent“ ein.

$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2 \cdot 5^k}{2^k \cdot k!}$	$\sum_{k=3}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[k]{k}}$	$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2+i)^k}$
$2e^{5/2}$	divergent	$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$

**Aufgabe 3** (2 Punkte)

0  1  2

Sei  $\alpha \in \mathbb{R}$  ein Parameter. Sei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \begin{cases} \frac{\alpha \sin(x-4)}{x-4} & \text{falls } x < 4, \\ 3^{x-3} & \text{falls } x \geq 4. \end{cases}$

Bestimmen Sie den Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow 4-0} f(x) = \alpha$ .

Bestimmen Sie  $\alpha \in \mathbb{R}$  so, dass  $f$  stetig ist:  $\alpha = 3$ .

**Aufgabe 4** (5 Punkte)

0  1  2  3  4  5

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten und bestimmten Integrale.

$\int x^2 \ln(x) dx =$	$\left[ \frac{1}{3}x^3 \ln(x) - \frac{1}{9}x^3 \right]$
$\int \frac{1}{x(1+\ln(x))} dx =$	$\left[ \ln 1+\ln(x)  \right]$
$\int_{e^{-3}}^{e^{-2}} \frac{1}{x(1+\ln(x))} dx =$	$-\ln(2)$
$\int \left( 2x - \frac{1}{x} \right) \cos(x^2 - \ln(x)) dx =$	$\left[ \sin(x^2 - \ln(x)) \right]$

**Aufgabe 5** (3 Punkte)

0  1  2  3

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

(a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x + \sqrt{4x^2 - x}) = -\frac{1}{4}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x \ln(x)}{x \ln(x) + x - 1} = 3$        $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \ln(x^6) - 6x + 6}{(x-1) \ln(x)} = 3$

**Aufgabe 6** (9 Punkte)

0  1  2  3  4  5  6  7  8  9

Gegeben sei die Funktion  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto \frac{3}{5}y^5 - y^3 - 2x^3 + 3x^2y$ .

Bestimmen Sie den Gradienten

$\text{grad } f(x, y) = \begin{pmatrix} -6x^2 + 6xy \\ 3y^4 - 3y^2 + 3x^2 \end{pmatrix}$

und die Hesse-Matrix

$Hf(x, y) = \begin{pmatrix} -12x + 6y & 6x \\ 6x & 12y^3 - 6y \end{pmatrix}$

Bestimmen Sie nun das Taylorpolynom zweiter Stufe zu  $f$  im Punkt  $(1, 1)$ .

$T_2(f, (x, y), (1, 1)) = \frac{3}{5} + 3(y-1) - 3(x-1)^2 + 6(x-1)(y-1) + 3(y-1)^2$

Bestimmen Sie  $f(x, 0) = -2x^3$

Tragen Sie alle kritischen Stellen von  $f$  und deren Typ in die folgende Tabelle ein.

kritische Stelle	(0, 0)	(0, -1)	(0, 1)
Typ der Stelle	Sattelpunkt	lokales Maximum	lokales Minimum