



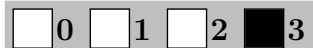
Aufgabe 3 (2 Punkte)



Für den Parameter $\beta \in \mathbb{R}$ sei $A_\beta = \begin{pmatrix} -6 & 0 & 3 \\ 0 & \beta + 8 & 0 \\ 2 & 0 & \beta \end{pmatrix}$. Für welche Werte von β ist A_β singularär?

Für $\beta \in \{-8, -1\}$.

Aufgabe 4 (3 Punkte)



Sei $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -4 \\ -2 & 3 & 4 \\ -4 & 4 & 9 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ gegeben.

Die Matrix A besitzt den Eigenwert $\lambda_1 = 1$.

(a) Bestimmen Sie den Eigenraum zum Eigenwert 1 von A .

$V(1) = L \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

(b) Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis von $V(1)$.

$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

Aufgabe 5 (5 Punkte)



(a) Berechnen Sie. $\sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{4}\right)^n = \frac{4}{5}$, $\sum_{n=2}^{\infty} \left(-\frac{1}{4}\right)^n = \frac{1}{20}$

(b) Bestimmen Sie die Häufungspunkte der Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $a_n := \frac{(-1)^n (\frac{1}{n} - 10n)}{n}$.

-10, 10

(c) Geben Sie an, ob die Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $b_n := 2^n - (n-1)^2$ monoton wachsend, monoton fallend, oder nicht monoton ist.

monoton wachsend

Aufgabe 6 (6 Punkte)



Wir betrachten die Quadrik $Q = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x^T A x + 2 a^T x + c = 0\}$.

(a) Sei $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $c = 3$.

Bestimmen Sie eine Diagonalmatrix D und eine orthogonale Matrix F mit $D = F^T A F$.

$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ $F = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Bestimmen Sie eine euklidische Normalform von Q .

$\frac{1}{3} z_1^2 + 2 z_2^2 + 1 = 0$

(b) Sei $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$, $c = 13$.

Bestimmen Sie eine euklidische Normalform von Q , sowie ein kartesisches Koordinatensystem, in dem Q diese Normalform annimmt.

Euklidische Normalform:

$3 z_1^2 - 5 z_2^2 + 1 = 0$

Koordinatensystem:

$\left(\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

Aufgabe 7 (2 Punkte)



Bezüglich des Koordinatensystems

$\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}; \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

sei die Quadrik Q beschrieben durch die Gleichung

$\sqrt{2} y_1^2 + 2 y_2 = 0$.

Skizzieren Sie die Quadrik Q , sowie das Koordinatensystem \mathbb{F} in das Standardkoordinatensystem.

