

Aufgabe 6 (11 Punkte) 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

Wir betrachten die Quadrik $Q = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid -3x_3^2 + 6x_1x_3 - 6x_2x_3 + 3 = 0\}$.

(a) Geben Sie eine symmetrische Matrix $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, einen Vektor $a \in \mathbb{R}^3$ und ein $c \in \mathbb{R}$ so an, dass $Q = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x^T Ax + 2a^T x + c = 0\}$ gilt.

$A =$, $a =$, $c =$

(b) Wie lautet das charakteristische Polynom $\chi_A(\lambda)$ von A ?

$\chi_A(\lambda) =$

(c) Geben Sie eine Matrix D und eine orthogonale Matrix F so an, dass $D = F^T A F$ Diagonalgestalt annimmt.

$D =$, $F =$

(d) Bestimmen Sie eine euklidische Normalform sowie die Gestalt der Quadrik.

Normalform:
Gestalt:

Aufgabe 7 (5 Punkte) 0 1 2 3 4 5

Die zwei Polynome $p, q \in \text{Pol}_2 \mathbb{R}$ sind gegeben durch $p(X) = 9X - 6$ sowie $q(X) = 2X^2 + 4X + 1$. Weiter sei mit $B: b_1, b_2, b_3$, definiert durch $b_1(X) = X^2 - 4X + 5$, $b_2(X) = 3(X - 1)$, $b_3(X) = 3X$, eine Basis von $\text{Pol}_2 \mathbb{R}$ gewählt. Bestimmen Sie

$B^p = \left(\begin{matrix} \square \\ \square \\ \square \end{matrix} \right)^T, \quad B^q = \left(\begin{matrix} \square \\ \square \\ \square \end{matrix} \right)^T.$

1 2 3 4

Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt) 0 1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Matrikelnummer:

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

Gruppe:

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9



0 1 2

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Gegeben ist die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$.

Bestimmen Sie eine Matrix $D \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ so, dass $A \cdot D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $d_{11} = d_{12} = 1$.

$D =$

Aufgabe 3 (3 Punkte)

0 1 2 3

Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} i & 1 \\ -i & i \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 12 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie

$\det(A) =$, $\det(B) =$, $\det(C) =$.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

0 1 2 3 4 5

(a) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$.

(b) Bestimmen Sie eine reguläre Matrix $S \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ so, dass $S^{-1}BS$ Diagonalgestalt hat.

$S =$

(c) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix B^5 .

0 1 2 3 4

Aufgabe 5 (4 Punkte)

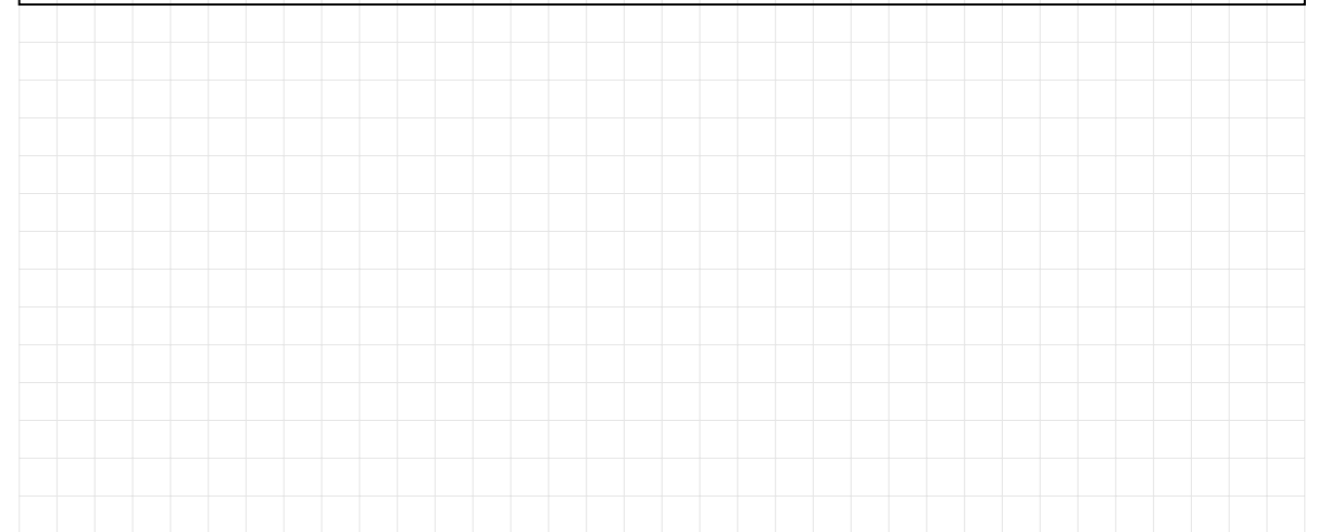
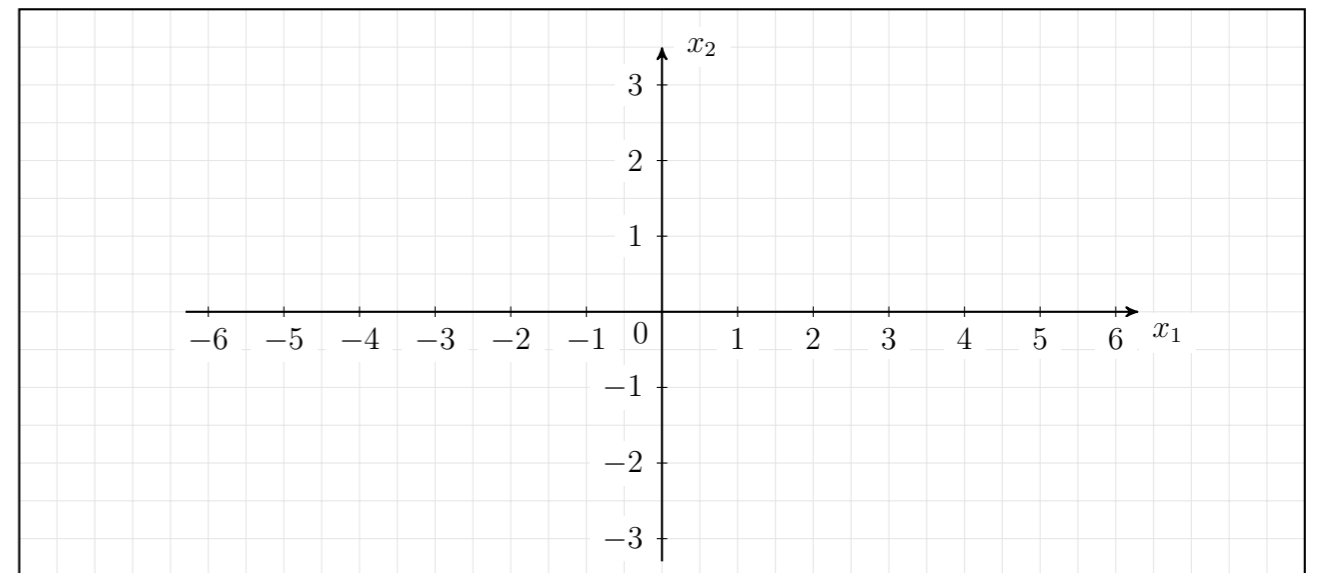
Gegeben ist bezüglich des Standardkoordinatensystems \mathbb{E} die Quadrik

$$Q = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid 2x_1^2 - 16x_1 + x_2 + 31 = 0 \right\}.$$

Bestimmen Sie ein kartesisches Koordinatensystem \mathbb{F} , in dem die Gleichung der Quadrik euklidische Normalform hat. Geben Sie diese Normalform sowie F und t für die Koordinatentransformation $\kappa_{\mathbb{F}}: \mathbb{F} v \mapsto F_{\mathbb{F}} v + t$ an. Skizzieren Sie das Koordinatensystem \mathbb{F} sowie die Quadrik im Standardkoordinatensystem.

Euklidische Normalform:

$Q:$, $F =$, $t =$





Aufgabe 6 (11 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

Wir betrachten die Quadrik $Q = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid -2x_2^2 + 4x_1x_2 + 4x_2x_3 - 8 = 0\}$.

(a) Geben Sie eine symmetrische Matrix $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, einen Vektor $a \in \mathbb{R}^3$ und ein $c \in \mathbb{R}$ so an, dass $Q = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x^T Ax + 2a^T x + c = 0\}$ gilt.

$A =$ $, a =$ $, c =$

(b) Wie lautet das charakteristische Polynom $\chi_A(\lambda)$ von A ?

$\chi_A(\lambda) =$

(c) Geben Sie eine Matrix D und eine orthogonale Matrix F so an, dass $D = F^T A F$ Diagonalgestalt annimmt.

$D =$ $, F =$

(d) Bestimmen Sie eine euklidische Normalform sowie die Gestalt der Quadrik.

Normalform:
Gestalt:

Aufgabe 7 (5 Punkte)

0 1 2 3 4 5

Die zwei Polynome $p, q \in \text{Pol}_2 \mathbb{R}$ sind gegeben durch $p(X) = 15X + 9$ sowie $q(X) = 15X^2 + 30X - 15$. Weiter sei mit $B: b_1, b_2, b_3$, definiert durch $b_1(X) = X^2 + 4X + 3$, $b_2(X) = 3(X + 1)$, $b_3(X) = 3X$, eine Basis von $\text{Pol}_2 \mathbb{R}$ gewählt. Bestimmen Sie

$B^p = \left(\begin{matrix} \square & \square & \square \end{matrix} \right)^T, \quad B^q = \left(\begin{matrix} \square & \square & \square \end{matrix} \right)^T.$

Scheinklausur 2

Höhere Mathematik 1

02.02.2019

Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

1 2 3 4

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt)

0 1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

Name, Vorname:

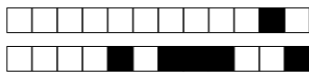
Matrikelnummer:

Matrikelnummer:

Gruppe:

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9



0 1 2

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Gegeben ist die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$.

Bestimmen Sie eine Matrix $D \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ so, dass $A \cdot D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $d_{11} = d_{12} = 1$.

$D =$

Aufgabe 3 (3 Punkte)

0 1 2 3

Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} i & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 13 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie

$\det(A) =$, $\det(B) =$, $\det(C) =$.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

0 1 2 3 4 5

(a) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$.

(b) Bestimmen Sie eine reguläre Matrix $S \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ so, dass $S^{-1}BS$ Diagonalgestalt hat.

$S =$

(c) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix B^5 .

Aufgabe 5 (4 Punkte)

0 1 2 3 4

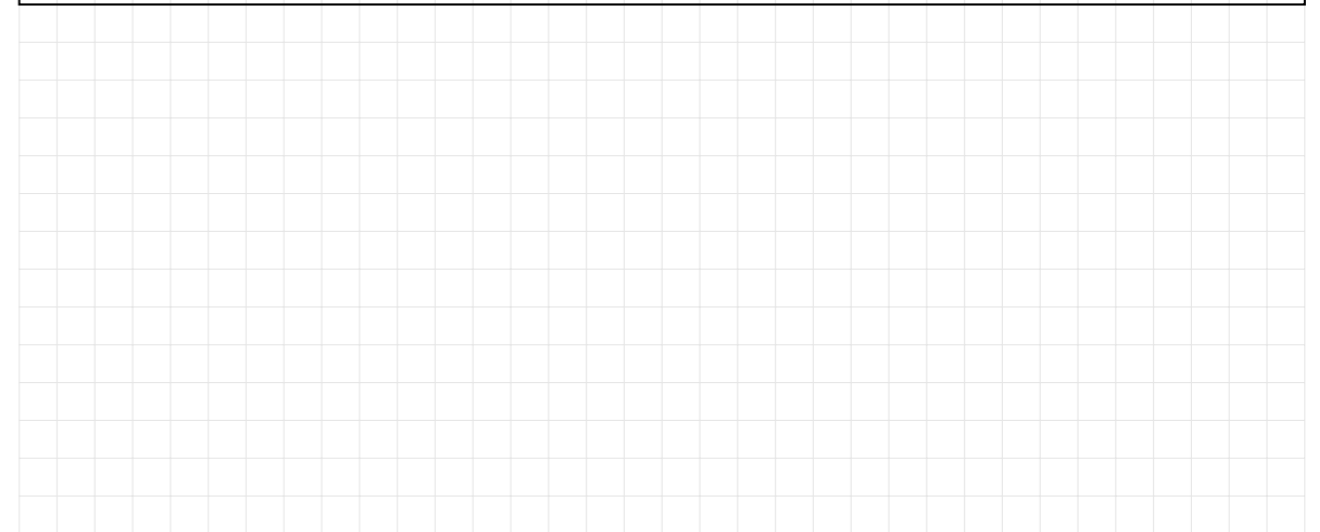
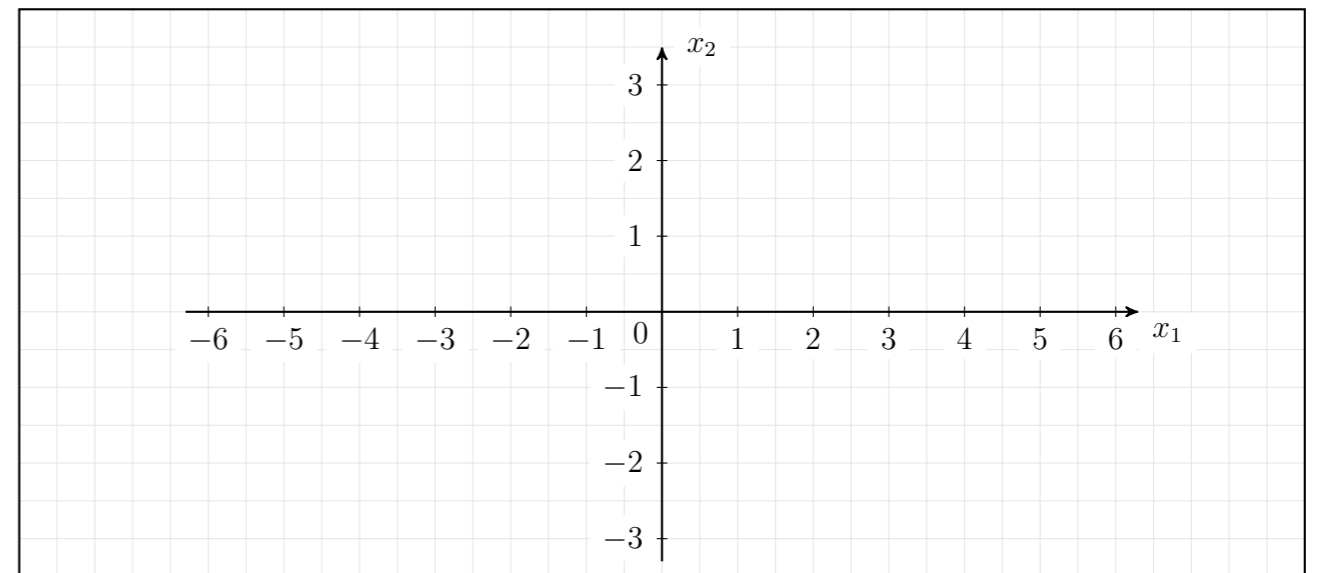
Gegeben ist bezüglich des Standardkoordinatensystems \mathbb{E} die Quadrik

$$Q = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid 2x_1^2 - 12x_1 + x_2 + 16 = 0 \right\}.$$

Bestimmen Sie ein kartesisches Koordinatensystem \mathbb{F} , in dem die Gleichung der Quadrik euklidische Normalform hat. Geben Sie diese Normalform sowie F und t für die Koordinatentransformation $\kappa_{\mathbb{F}}: \mathbb{F} v \mapsto F_{\mathbb{F}} v + t$ an. Skizzieren Sie das Koordinatensystem \mathbb{F} sowie die Quadrik im Standardkoordinatensystem.

Euklidische Normalform:

$Q:$, $F =$, $t =$





Aufgabe 6 (11 Punkte)



Wir betrachten die Quadrik $Q = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid -x_3^2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3 + 4 = 0\}$.

- (a) Geben Sie eine symmetrische Matrix $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, einen Vektor $a \in \mathbb{R}^3$ und ein $c \in \mathbb{R}$ so an, dass $Q = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x^T A x + 2a^T x + c = 0\}$ gilt.

$A =$, $a =$, $c =$

- (b) Wie lautet das charakteristische Polynom $\chi_A(\lambda)$ von A ?

$\chi_A(\lambda) =$

- (c) Geben Sie eine Matrix D und eine orthogonale Matrix F so an, dass $D = F^T A F$ Diagonalgestalt annimmt.

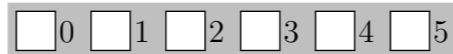
$D =$, $F =$

- (d) Bestimmen Sie eine euklidische Normalform sowie die Gestalt der Quadrik.

Normalform:

Gestalt:

Aufgabe 7 (5 Punkte)



Die zwei Polynome $p, q \in \text{Pol}_2 \mathbb{R}$ sind gegeben durch $p(X) = -6X + 3$ sowie $q(X) = 3X^2 + 6X - 3$. Weiter sei mit $B: b_1, b_2, b_3$, definiert durch $b_1(X) = X^2 + 4X + 3$, $b_2(X) = 3(X + 1)$, $b_3(X) = 3X$, eine Basis von $\text{Pol}_2 \mathbb{R}$ gewählt. Bestimmen Sie

$${}_B p = \left(\begin{array}{ccc} \square & \square & \square \end{array} \right)^T, \quad {}_B q = \left(\begin{array}{ccc} \square & \square & \square \end{array} \right)^T.$$

Scheinklausur 2

Höhere Mathematik 1

02.02.2019



Beachten Sie die folgenden Hinweise:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt)



Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

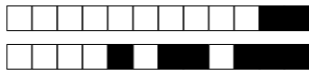
Matrikelnummer:

Gruppe:

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Name, Vorname:

Matrikelnummer:



0 1 2

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Gegeben ist die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$.

Bestimmen Sie eine Matrix $D \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ so, dass $A \cdot D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $d_{31} = d_{32} = 1$.

$D =$

Aufgabe 3 (3 Punkte)

0 1 2 3

Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} i & i \\ 1 & i \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 14 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie

$\det(A) =$, $\det(B) =$, $\det(C) =$.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

0 1 2 3 4 5

(a) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$.

(b) Bestimmen Sie eine reguläre Matrix $S \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ so, dass $S^{-1}BS$ Diagonalgestalt hat.

$S =$

(c) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix B^5 .

0 1 2 3 4

Aufgabe 5 (4 Punkte)

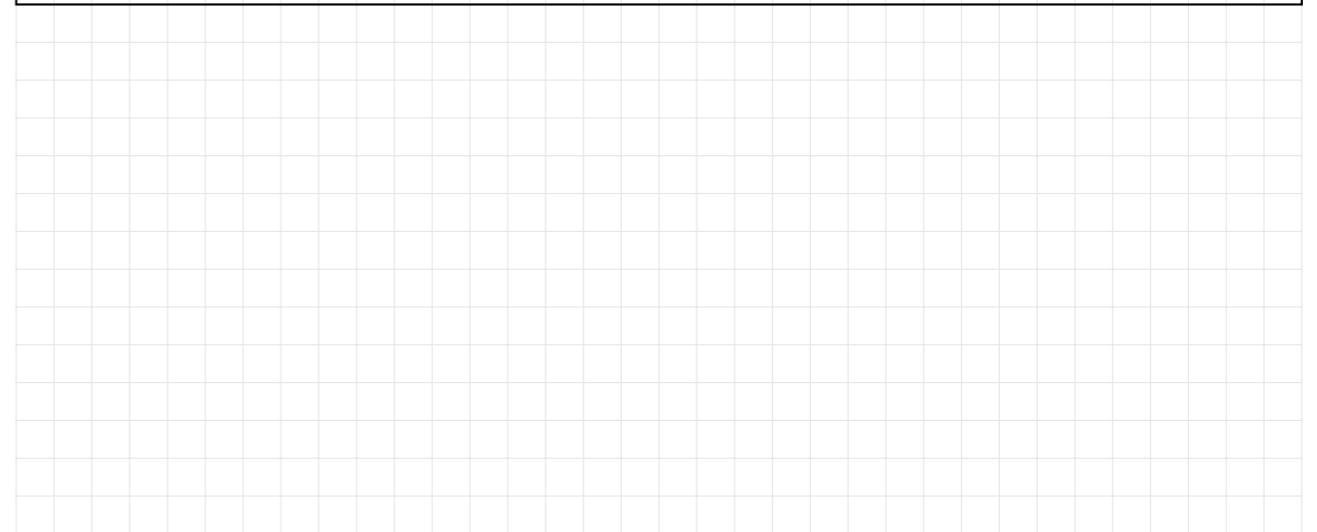
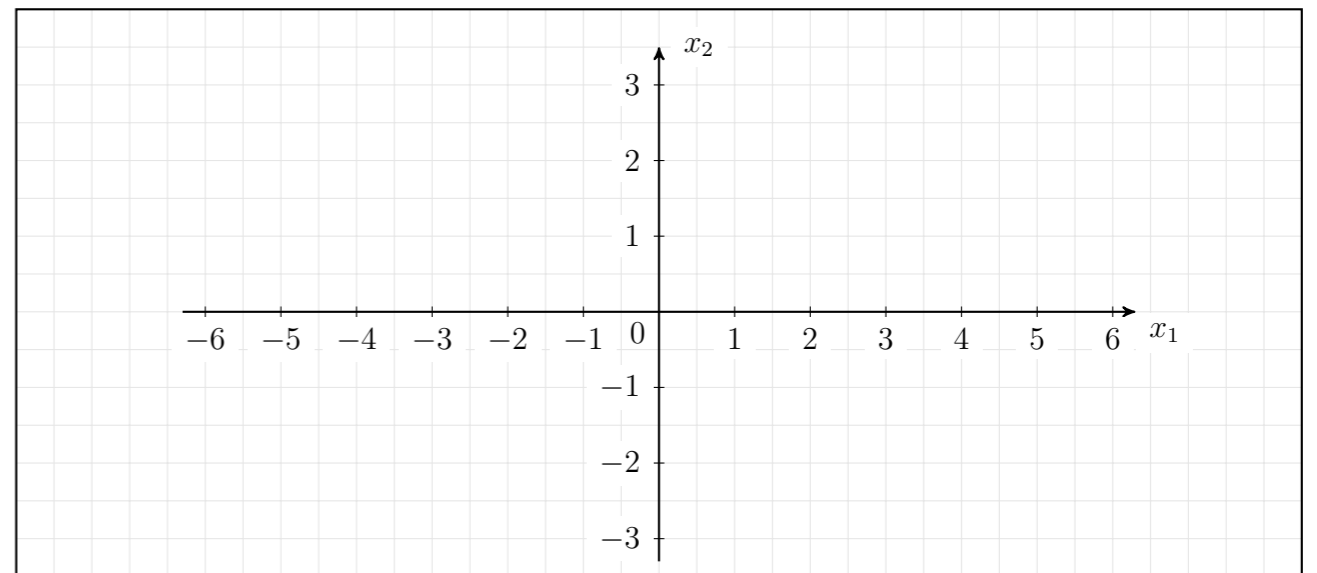
Gegeben ist bezüglich des Standardkoordinatensystems \mathbb{E} die Quadrik

$$Q = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid -2x_1^2 - 12x_1 + x_2 - 17 = 0 \right\}.$$

Bestimmen Sie ein kartesisches Koordinatensystem \mathbb{F} , in dem die Gleichung der Quadrik euklidische Normalform hat. Geben Sie diese Normalform sowie F und t für die Koordinatentransformation $\kappa_{\mathbb{F}}: \mathbb{F} \rightarrow \mathbb{E}$ an. Skizzieren Sie das Koordinatensystem \mathbb{F} sowie die Quadrik im Standardkoordinatensystem.

Euklidische Normalform:

$Q:$, $F =$, $t =$





Aufgabe 6 (11 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

Wir betrachten die Quadrik $Q = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid -3x_2^2 + 6x_1x_2 + 6x_2x_3 - 6 = 0\}$.

(a) Geben Sie eine symmetrische Matrix $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, einen Vektor $a \in \mathbb{R}^3$ und ein $c \in \mathbb{R}$ so an, dass $Q = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x^T Ax + 2a^T x + c = 0\}$ gilt.

$A =$, $a =$, $c =$

(b) Wie lautet das charakteristische Polynom $\chi_A(\lambda)$ von A ?

$\chi_A(\lambda) =$

(c) Geben Sie eine Matrix D und eine orthogonale Matrix F so an, dass $D = F^T A F$ Diagonalgestalt annimmt.

$D =$, $F =$

(d) Bestimmen Sie eine euklidische Normalform sowie die Gestalt der Quadrik.

Normalform:
 Gestalt:

Aufgabe 7 (5 Punkte)

0 1 2 3 4 5

Die zwei Polynome $p, q \in \text{Pol}_2 \mathbb{R}$ sind gegeben durch $p(X) = 6X - 12$ sowie $q(X) = 6X^2 + 9X + 6$. Weiter sei mit $B: b_1, b_2, b_3$, definiert durch $b_1(X) = X^2 - 4X + 5$, $b_2(X) = 3(X - 1)$, $b_3(X) = 3X$, eine Basis von $\text{Pol}_2 \mathbb{R}$ gewählt. Bestimmen Sie

$${}_B p = \left(\begin{array}{ccc} \square & \square & \square \end{array} \right)^T, \quad {}_B q = \left(\begin{array}{ccc} \square & \square & \square \end{array} \right)^T.$$

Scheinklausur 2

Höhere Mathematik 1

02.02.2019

1 2 3 4

Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt)

0 1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

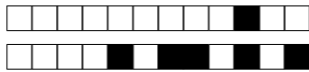
Matrikelnummer:

Gruppe:

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

Name, Vorname:

Matrikelnummer:



0 1 2

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Gegeben ist die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$.

Bestimmen Sie eine Matrix $D \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ so, dass $A \cdot D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $d_{31} = d_{32} = 1$.

$D =$

Aufgabe 3 (3 Punkte)

0 1 2 3

Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} -i & i \\ 1 & i \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 15 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie

$\det(A) =$, $\det(B) =$, $\det(C) =$.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

0 1 2 3 4 5

(a) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix $B = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$.

(b) Bestimmen Sie eine reguläre Matrix $S \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ so, dass $S^{-1}BS$ Diagonalgestalt hat.

$S =$

(c) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix B^5 .

Aufgabe 5 (4 Punkte)

0 1 2 3 4

Gegeben ist bezüglich des Standardkoordinatensystems \mathbb{E} die Quadrik

$$Q = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid -2x_1^2 - 12x_1 + x_2 - 16 = 0 \right\}.$$

Bestimmen Sie ein kartesisches Koordinatensystem \mathbb{F} , in dem die Gleichung der Quadrik euklidische Normalform hat. Geben Sie diese Normalform sowie F und t für die Koordinatentransformation $\kappa_{\mathbb{F}}: \mathbb{F} \rightarrow \mathbb{E}$ an. Skizzieren Sie das Koordinatensystem \mathbb{F} sowie die Quadrik im Standardkoordinatensystem.

Euklidische Normalform:

$Q:$, $F =$, $t =$

