

Aufgabe 7 (9 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Bestimmen Sie für die folgenden Quadriken jeweils ein kartesisches Koordinatensystem \mathbb{F} , in dem diese Quadrik euklidische Normalform hat. Geben Sie jeweils die Gleichung der Quadrik in diesem Koordinatensystem an. Skizzieren Sie das neue Koordinatensystem samt der Quadrik jeweils im Standardkoordinatensystem.

$Q_1 = \left\{ \left(\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right) \in \mathbb{R}^2 \mid -4x_1^2 + 4x_2^2 + 6x_1x_2 = 0 \right\}$	
\mathbb{F}	
euklidische Normalform	
Skizze	

$Q_2 = \left\{ \left(\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \right) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x_1^2 + x_2^2 + 8x_1 = 0 \right\}$	
\mathbb{F}	
euklidische Normalform	
Skizze	

Scheinklausur

Höhere Mathematik 1

1. 2. 2020

1 2 3 4

Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt)

0 1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

Matrikelnummer:

Gruppe:

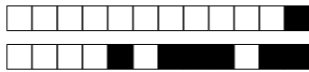
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Umfrage des MINT-Kollegs:

Haben Sie das Angebot des „Offenen Lernraums“ genutzt? Ja Nein



Aufgabe 2 (6 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6

Sei $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

(a) Berechnen Sie das charakteristische Polynom von A .

$\chi_A(\lambda) =$

(b) Geben Sie alle Eigenwerte von A und zu jedem Eigenwert λ dessen algebraische Vielfachheit e_λ an.

(c) Geben Sie zu jedem Eigenwert von A den zugehörigen Eigenraum an.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

0 1 2 3

Gegeben seien $A := \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ und $B := \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie die folgenden Determinanten:

$\det(AB) =$, $\det(B^T B) =$, $\det(A + B) =$.

Aufgabe 4 (3 Punkte)

0 1 2 3

Sei $A = \begin{pmatrix} \frac{7}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{5}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$.

(a) Berechnen Sie die Spur $\text{Sp } A =$

(b) Geben Sie alle Eigenwerte von A an.

Aufgabe 5 (5 Punkte)

0 1 2 3 4 5

Sei $\mathbb{E} = (0; e_1, e_2, e_3)$ das Standardkoordinatensystem für \mathbb{R}^3 , und $\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$.

(a) Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$:

${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto$ $\cdot v +$

(b) Sei P der Punkt mit Standardkoordinaten ${}_{\mathbb{E}}P = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}$ und den Koordinatenvektor ${}_{\mathbb{F}}P$:

${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto$ $\cdot v +$ ${}_{\mathbb{F}}P =$

Aufgabe 6 (4 Punkte)

0 1 2 3 4

Wir betrachten die Quadrik

$Q = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x^T A x + 2a^T x + c = 0\}$

mit $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$ und $c = 3$.

(a) Bestimmen Sie $\text{Rg } A =$.

(b) Bestimmen Sie $A_{\text{erw}} =$

und $\text{Rg } A_{\text{erw}} =$.

(c) Welchen Typ hat die Quadrik Q ?

- kegelige Quadrik Mittelpunktsquadrik parabolische Quadrik

Aufgabe 7 (9 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Bestimmen Sie für die folgenden Quadriken jeweils ein kartesisches Koordinatensystem F, in dem diese Quadrik euklidische Normalform hat. Geben Sie jeweils die Gleichung der Quadrik in diesem Koordinatensystem an. Skizzieren Sie das neue Koordinatensystem samt der Quadrik jeweils im Standardkoordinatensystem.

Q1 = { (x1, x2) in R^2 | -12x1^2 + 12x2^2 + 10x1x2 = 0 }
F
euklidische Normalform
Skizze (Coordinate grid with x1 and x2 axes)

Q2 = { (x1, x2) in R^2 | x1^2 + 4x2^2 + 8x2 = 0 }
F
euklidische Normalform
Skizze (Coordinate grid with x1 and x2 axes)

Scheinklausur

Höhere Mathematik 1

Beachten Sie die folgenden Hinweise:

1 2 3 4

- Bearbeitungszeit: 90 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel: Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

Table with trigonometric values for x = 0, pi/6, pi/4, pi/3, pi/2.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt)

0 1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

Matrikelnummer:

Gruppe:

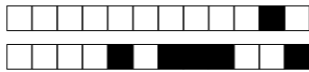
Grid for entering Matrikelnummer (0-9) and Gruppe (0-9).

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Umfrage des MINT-Kollegs:

Haben Sie das Angebot des „Offenen Lernraums“ genutzt? Ja [] Nein []



Aufgabe 2 (6 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6

Sei $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -3 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(a) Berechnen Sie das charakteristische Polynom von A .

$\chi_A(\lambda) =$

(b) Geben Sie alle Eigenwerte von A und zu jedem Eigenwert λ dessen algebraische Vielfachheit e_λ an.

(c) Geben Sie zu jedem Eigenwert von A den zugehörigen Eigenraum an.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

0 1 2 3

Gegeben seien $A := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ und $B := \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie die folgenden Determinanten:

$\det(AB) =$, $\det(B^T B) =$, $\det(A + B) =$.

Aufgabe 4 (3 Punkte)

0 1 2 3

Sei $A = \begin{pmatrix} \frac{5}{4} & -\frac{3\sqrt{3}}{4} & 0 \\ -\frac{3\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}$.

(a) Berechnen Sie die Spur $\text{Sp } A =$

(b) Geben Sie alle Eigenwerte von A an.

Aufgabe 5 (5 Punkte)

0 1 2 3 4 5

Sei $\mathbb{E} = (0; e_1, e_2, e_3)$ das Standardkoordinatensystem für \mathbb{R}^3 , und $\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$.

(a) Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$:

${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto$ $\cdot v +$

(b) Sei P der Punkt mit Standardkoordinaten ${}_{\mathbb{E}}P = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}$ und den Koordinatenvektor ${}_{\mathbb{F}}P$:

${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto$ $\cdot v +$ ${}_{\mathbb{F}}P =$

Aufgabe 6 (4 Punkte)

0 1 2 3 4

Wir betrachten die Quadrik

$Q = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x^T A x + 2a^T x + c = 0\}$

mit $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ und $c = 5$.

(a) Bestimmen Sie $\text{Rg } A =$.

(b) Bestimmen Sie $A_{\text{erw}} =$

und $\text{Rg } A_{\text{erw}} =$.

(c) Welchen Typ hat die Quadrik Q ?

- kegelige Quadrik Mittelpunktsquadrik parabolische Quadrik

Aufgabe 7 (9 Punkte)

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

Bestimmen Sie für die folgenden Quadriken jeweils ein kartesisches Koordinatensystem \mathbb{F} , in dem diese Quadrik euklidische Normalform hat. Geben Sie jeweils die Gleichung der Quadrik in diesem Koordinatensystem an. Skizzieren Sie das neue Koordinatensystem samt der Quadrik jeweils im Standardkoordinatensystem.

$Q_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid -3x_1^2 + 3x_2^2 + 8x_1x_2 = 0 \right\}$	
\mathbb{F}	
euklidische Normalform	
Skizze	

$Q_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid 4x_1^2 + x_2^2 - 8x_1 = 0 \right\}$	
\mathbb{F}	
euklidische Normalform	
Skizze	

Scheinklausur
Höhere Mathematik 1

1. 2. 2020

 Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!
Aufgabe 1 (1 Punkt)

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Matrikelnummer:

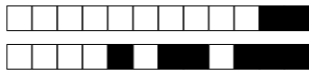
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Gruppe:

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Umfrage des MINT-Kollegs:

 Haben Sie das Angebot des „Offenen Lernraums“ genutzt? Ja Nein



Aufgabe 2 (6 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6

Sei $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -4 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

(a) Berechnen Sie das charakteristische Polynom von A .

$\chi_A(\lambda) =$

(b) Geben Sie alle Eigenwerte von A und zu jedem Eigenwert λ dessen algebraische Vielfachheit e_λ an.

(c) Geben Sie zu jedem Eigenwert von A den zugehörigen Eigenraum an.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

0 1 2 3

Gegeben seien $A := \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ und $B := \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie die folgenden Determinanten:

$\det(AB) =$, $\det(B^T B) =$, $\det(A + B) =$.

Aufgabe 4 (3 Punkte)

0 1 2 3

Sei $A = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix}$.

(a) Berechnen Sie die Spur $\text{Sp } A =$

(b) Geben Sie alle Eigenwerte von A an.

Aufgabe 5 (5 Punkte)

0 1 2 3 4 5

Sei $\mathbb{E} = (0; e_1, e_2, e_3)$ das Standardkoordinatensystem für \mathbb{R}^3 , und $\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$.

(a) Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$:

${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto$ $\cdot v +$

(b) Sei P der Punkt mit Standardkoordinaten ${}_{\mathbb{E}}P = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}$ und den Koordinatenvektor ${}_{\mathbb{F}}P$:

${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto$ $\cdot v +$ ${}_{\mathbb{F}}P =$

Aufgabe 6 (4 Punkte)

0 1 2 3 4

Wir betrachten die Quadrik

$Q = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x^T A x + 2a^T x + c = 0\}$

mit $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $c = 1$.

(a) Bestimmen Sie $\text{Rg } A =$.

(b) Bestimmen Sie $A_{\text{erw}} =$

und $\text{Rg } A_{\text{erw}} =$.

(c) Welchen Typ hat die Quadrik Q ?

- kegelige Quadrik Mittelpunktsquadrik parabolische Quadrik



Aufgabe 7 (9 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Bestimmen Sie für die folgenden Quadriken jeweils ein kartesisches Koordinatensystem \mathbb{F} , in dem diese Quadrik euklidische Normalform hat. Geben Sie jeweils die Gleichung der Quadrik in diesem Koordinatensystem an. Skizzieren Sie das neue Koordinatensystem samt der Quadrik jeweils im Standardkoordinatensystem.

$Q_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid -5x_1^2 + 5x_2^2 - 24x_1x_2 = 0 \right\}$	
\mathbb{F}	
euklidische Normalform	
Skizze	

$Q_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^2 + 4x_2^2 - 8x_2 = 0 \right\}$	
\mathbb{F}	
euklidische Normalform	
Skizze	

Scheinklausur

Höhere Mathematik 1

1. 2. 2020

1 2 3 4

Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt)

0 1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

Matrikelnummer:

Gruppe:

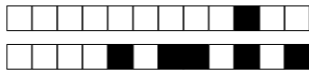
<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Umfrage des MINT-Kollegs:

Haben Sie das Angebot des „Offenen Lernraums“ genutzt? Ja Nein



Aufgabe 2 (6 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6

Sei $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 10 & -5 & 1 \end{pmatrix}$

(a) Berechnen Sie das charakteristische Polynom von A .

$\chi_A(\lambda) =$

(b) Geben Sie alle Eigenwerte von A und zu jedem Eigenwert λ dessen algebraische Vielfachheit e_λ an.

(c) Geben Sie zu jedem Eigenwert von A den zugehörigen Eigenraum an.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

0 1 2 3

Gegeben seien $A := \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$ und $B := \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie die folgenden Determinanten:

$\det(AB) =$, $\det(B^T B) =$, $\det(A + B) =$.

Aufgabe 4 (3 Punkte)

0 1 2 3

Sei $A = \begin{pmatrix} \frac{9}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{11}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 14 \end{pmatrix}$.

(a) Berechnen Sie die Spur $\text{Sp } A =$

(b) Geben Sie alle Eigenwerte von A an.

Aufgabe 5 (5 Punkte)

0 1 2 3 4 5

Sei $\mathbb{E} = (0; e_1, e_2, e_3)$ das Standardkoordinatensystem für \mathbb{R}^3 , und $\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \right)$.

(a) Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$:

${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto$ $\cdot v +$

(b) Sei P der Punkt mit Standardkoordinaten ${}_{\mathbb{E}}P = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}$ und den Koordinatenvektor ${}_{\mathbb{F}}P$:

${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto$ $\cdot v +$ ${}_{\mathbb{F}}P =$

Aufgabe 6 (4 Punkte)

0 1 2 3 4

Wir betrachten die Quadrik

$Q = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x^T A x + 2a^T x + c = 0\}$

mit $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $a = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $c = 1$.

(a) Bestimmen Sie $\text{Rg } A =$.

(b) Bestimmen Sie $A_{\text{erw}} =$ und $\text{Rg } A_{\text{erw}} =$.

(c) Welchen Typ hat die Quadrik Q ?

- kegelige Quadrik Mittelpunktsquadrik parabolische Quadrik