



Beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

1  2  3  4

- **Bearbeitungszeit:** 60 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.  
Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

|           |   |                      |                      |                      |                 |
|-----------|---|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| $x$       | 0 | $\frac{\pi}{6}$      | $\frac{\pi}{4}$      | $\frac{\pi}{3}$      | $\frac{\pi}{2}$ |
| $\sin(x)$ | 0 | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1               |
| $\cos(x)$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0               |

*Viel Erfolg!*

**Aufgabe 1** (1 Punkt)

0  1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

**Name, Vorname:**

**Matrikelnummer:**

**Matrikelnummer:**

|                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 0 |
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 |
| <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2 |
| <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 |
| <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 4 |
| <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 5 |
| <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 6 |
| <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 7 |
| <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 8 |
| <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 9 |

**Gruppe:**

|                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 0 |
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 |
| <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2 |
| <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 |
| <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 4 |
| <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 5 |
| <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 6 |
| <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 7 |
| <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 8 |
| <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 9 |

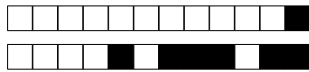
**Aufgabe 2** (2 Punkte)

0  1  2

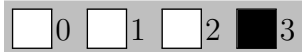
Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$ , für die folgende Ungleichung erfüllt ist:

$$4 \leq \frac{x^2}{2} - x.$$

|   |
|---|
| $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 4\}$ |
|---|



**Aufgabe 3** (3 Punkte)



(a) Gegeben seien  $z := \sqrt{6} \left( \cos\left(\frac{5}{3}\pi\right) + i \sin\left(\frac{5}{3}\pi\right) \right)$  und  $w := \frac{(-i)^{10}}{z^4}$ .

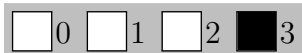
Bestimmen Sie den Betrag und das Argument der Zahl  $w$ . Geben Sie dabei das Argument im Intervall  $[0, 2\pi)$  an.

$|w| = \frac{1}{36}$        $\arg(w) = \frac{\pi}{3}$

(b) Berechnen Sie den folgenden Ausdruck:

$\sum_{n=0}^2 |\sqrt{2} + i\sqrt{2}|^{2n} = 21$

**Aufgabe 4** (3 Punkte)



Gegeben sei das Polynom  $f(X) := X^3 - 13X^2 + 25X - 33$ .

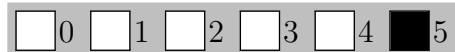
(a) Berechnen Sie:

$\frac{f(X)}{X - 11} = X^2 - 2X + 3$

(b) Bestimmen Sie die Menge  $N \subseteq \mathbb{C}$  aller Nullstellen des Polynoms  $f$ .

$N = \{11, 1 + i\sqrt{2}, 1 - i\sqrt{2}\}$

**Aufgabe 5** (5 Punkte)



Gegeben seien die folgenden Matrizen

$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}, \quad C := \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

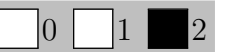
(a) Berechnen Sie das Matrixprodukt  $AB$ .

$AB = \begin{pmatrix} 9 & 20 \\ 2 & -16 \end{pmatrix}$

(b) Bestimmen Sie eine Rechtsinverse  $R$  der Matrix  $C$ , d.h. es soll gelten  $CR = E_3$ .

$R = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ \sqrt{97} & -999 & 9\pi \end{pmatrix}$

**Aufgabe 6** (2 Punkte)



Gegeben seien die Menge

$\mathcal{L} := \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \mid \lambda \in \mathbb{R} \right\}$

und der Vektor  $b := \begin{pmatrix} 3 \\ i\sqrt{3} \end{pmatrix}$ . Bestimmen Sie eine Matrix  $A$  so, dass für alle  $x \in \mathcal{L}$  gilt  $Ax = b$ .

$A = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ -i\sqrt{3} & 2i\sqrt{3} \end{pmatrix}$

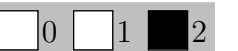
**Aufgabe 7** (3 Punkte)



Seien  $F := \{x \in \mathbb{R}^3 \mid 6x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -4\}$  und  $G := \{x \in \mathbb{R}^3 \mid 2x_1 + x_2 - 7x_3 = 4\}$  zwei Ebenen in  $\mathbb{R}^3$ . Bestimmen Sie den Schnitt  $F \cap G$  der beiden Ebenen  $F$  und  $G$ .

$F \cap G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \mid \lambda \in \mathbb{R} \right\}$

**Aufgabe 8** (2 Punkte)



Gegeben sei die Basis  $P: p_1, p_2$  des Vektorraums  $\text{Pol}_1 \mathbb{R}$  durch  $p_1(X) := X + 1, p_2(X) := X - 1$ , sowie die Basis  $B: B_1, B_2$  des Vektorraums  $\mathbb{R}^{1 \times 2}$  durch  $B_1 := (1, 0), B_2 := (0, -1)$ . Seien zudem

$t(X) := 2X - 4$  und  $\varphi: \text{Pol}_1 \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{1 \times 2}: \varphi(cX + d) := (3d + c, 2c - 5d)$ .

Bestimmen Sie  ${}_P t$  und  ${}_B \varphi_P$ .

${}_P t = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$        ${}_B \varphi_P = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$