



0  1  2

**Aufgabe 8** (2 Punkte)

Sei  $\alpha \in \mathbb{R}$  ein Parameter. Sei  $f_\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die stetige Funktion mit

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} 5 \sin(x - \pi) & , \quad x \geq \pi \\ 2\alpha(x - \pi) & , \quad x < \pi \end{cases}$$

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte für  $x_0 = \pi$ :

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \boxed{\phantom{000000}} \quad \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \boxed{\phantom{000000}}$$

Für welche  $\alpha \in \mathbb{R}$  ist  $f_\alpha$  differenzierbar in  $\mathbb{R}$ ?

**Aufgabe 9** (3 Punkte)

0  1  2  3

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a)  $\int (4x \cos(x^2)) dx = \boxed{\phantom{000000}}$

(b)  $\int_0^{\sqrt{3\pi}} (4x \cos(x^2)) dx = \boxed{\phantom{000000}}$

(c)  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{(1+x)^2} dx = \boxed{\phantom{000000}}$

**Aufgabe 10** (3 Punkte)

0  1  2  3

Gegeben seien die Funktionen

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2: (x_1, x_2, x_3)^T \mapsto \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 x_3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: (y_1, y_2)^T \mapsto \begin{pmatrix} y_2 e^{y_1} \\ 2y_2 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Jacobi-Matrizen der Funktionen  $g$  und  $h := g \circ f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2: x \mapsto (g \circ f)(x)$ .

$$Jg \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \boxed{\phantom{000000}} \quad Jh \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \boxed{\phantom{000000}}$$

**Scheinklausur**

**Höhere Mathematik 2**

16. 7. 2022

Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

1  2  3  4

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein.

$f(x)$	$x^a$	$e^x$	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a x^{a-1}$	$e^x$	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$
$f(x)$	$b^x$	$\ln x $	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b) b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

$x$	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

**Aufgabe 1** (1 Punkt)

0  1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

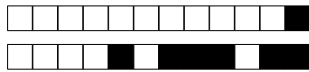
**Matrikelnummer:**

**Gruppe:**

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

**Name, Vorname:**

**Matrikelnummer:**



**Aufgabe 2** (4 Punkte)

0  1  2  3  4

Berechnen Sie die Werte der folgenden Reihen:

$\lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{k=2}^N \frac{4 \cdot 3^k}{2^{2k}}$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^{-2k-1} (-\pi)^{2k+1}}{(-1)^{k+1} (2k+1)!}$	$\sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{\frac{9}{(k+1)^4}}$

**Aufgabe 3** (4 Punkte)

0  1  2  3  4

Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt  $z_0 \in \mathbb{C}$  in der Form  $a + bi$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$  und den Konvergenzradius  $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$ .

	$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-2 + 2i)^k}{k-1} (z+1-i)^k$	$\sum_{n=0}^{\infty} (-3)^n \left(\frac{z-5}{2}\right)^n$	$\sum_{m=3}^{\infty} \frac{4i + 5m}{(m-1)^2} \left(\frac{i}{2}z + 1 - 3i\right)^m$
$z_0$			
$\rho$			

**Aufgabe 4** (3 Punkte)

0  1  2  3

Berechnen Sie:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos(2x) + 5x^2 - x^3}{3x^2 + x^3}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 4x} - x$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^3 - 7)}{\frac{x}{2} - \cos(\pi x)}$

**Aufgabe 5** (4 Punkte)

0  1  2  3  4

Gegeben sei die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto 2\sqrt{1 - \frac{1}{2}\sin(x)}$ . Bestimmen Sie die Ableitungen:

$f'(x) =$

$f''(x) =$

Bestimmen Sie das Taylorpolynom der Stufe 2 zum Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$ :

$T_2(f, x, 0) =$    $+$    $\cdot x +$    $\cdot x^2$

**Aufgabe 6** (4 Punkte)

0  1  2  3  4

Bestimmen Sie für die Funktion  $f$  Lage und Wert ihres globalen Maximums, und für die Funktion  $g$  ihre Ableitung sowie alle kritischen Stellen.

Funktion	Maximum bei	Wert des Maximums
$f: [\ln(2), \ln(3)] \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \sum_{k=0}^2 5e^{kx}$	$x =$	
Funktion	Ableitung	kritische Stellen
$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \int_0^x \frac{12 - 2t}{t^2 - 12t + 37} dt$	$g'(x) =$	

**Aufgabe 7** (3 Punkte)

0  1  2  3

Bestimmen Sie die reelle Partialbruchzerlegung für

$$\frac{x^2 + 11x - 36}{(x-1)^2(x+7)} = \frac{\boxed{\phantom{000}}}{x-1} + \frac{\boxed{\phantom{000}}}{(x-1)^2} + \frac{\boxed{\phantom{000}}}{x+7}$$



0  1  2

**Aufgabe 8** (2 Punkte)

Sei  $\alpha \in \mathbb{R}$  ein Parameter. Sei  $f_\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die stetige Funktion mit

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} 3 \cos(x) & , \quad x \geq -\frac{\pi}{2} \\ \frac{\alpha}{3}(x + \frac{\pi}{2}) & , \quad x < -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte für  $x_0 = -\frac{\pi}{2}$ :

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \boxed{\phantom{000000}} \quad \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \boxed{\phantom{000000}}$$

Für welche  $\alpha \in \mathbb{R}$  ist  $f_\alpha$  differenzierbar in  $\mathbb{R}$ ?

**Aufgabe 9** (3 Punkte)

0  1  2  3

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a)  $\int (-4x \cos(x^2)) dx = \boxed{\phantom{000000}}$

(b)  $\int_0^{\frac{\sqrt{3}\pi}{3}} (-4x \cos(x^2)) dx = \boxed{\phantom{000000}}$

(c)  $\int_2^{+\infty} \frac{1}{(1+x)^2} dx = \boxed{\phantom{000000}}$

**Aufgabe 10** (3 Punkte)

0  1  2  3

Gegeben seien die Funktionen

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2: (x_1, x_2, x_3)^T \mapsto \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 x_3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: (y_1, y_2)^T \mapsto \begin{pmatrix} y_2 e^{y_1} \\ -2y_2 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Jacobi-Matrizen der Funktionen  $g$  und  $h := g \circ f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2: x \mapsto (g \circ f)(x)$ .

$$Jg \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \boxed{\phantom{000000}} \quad Jh \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \boxed{\phantom{000000}}$$

**Scheinklausur**

**Höhere Mathematik 2**

16. 7. 2022

Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

1  2  3  4

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte könnten hilfreich sein.

$f(x)$	$x^a$	$e^x$	$\sin x$	$\tan x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a x^{a-1}$	$e^x$	$\cos x$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$
$f(x)$	$b^x$	$\ln x $	$\cos x$	$\arctan x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b) b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

$x$	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, b \in \mathbb{R}^+$

Viel Erfolg!

**Aufgabe 1** (1 Punkt)

0  1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

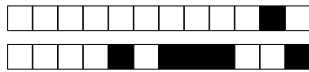
**Matrikelnummer:**

**Gruppe:**

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

**Name, Vorname:**

**Matrikelnummer:**



**Aufgabe 2** (4 Punkte)

 0  1  2  3  4

Berechnen Sie die Werte der folgenden Reihen:

$\sum_{k=4}^{\infty} \sqrt{\frac{9}{(k-1)^4}}$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{4^{-2k} (-\pi)^{2k}}{(-1)^k (2k)!}$	$\lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{k=2}^N \frac{5 \cdot 4^k}{2^{3k}}$

**Aufgabe 3** (4 Punkte)

 0  1  2  3  4

Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt  $z_0 \in \mathbb{C}$  in der Form  $a + bi$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$  und den Konvergenzradius  $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$ .

	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1-i)^k}{k+1} (z-1+i)^k$	$\sum_{n=1}^{\infty} (-4)^n \left(\frac{z-2}{5}\right)^n$	$\sum_{m=2}^{\infty} \frac{3i+m}{m^2} (2iz+3-4i)^m$
$z_0$			
$\rho$			

**Aufgabe 4** (3 Punkte)

 0  1  2  3

Berechnen Sie:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(2x) - 3x + 2x^2}{x - 4x^2}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{9x^2 - 6x} - 3x$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\tan(x^3 + 1)}{\sin((x^2 - x - 2)\pi)}$

**Aufgabe 5** (4 Punkte)

 0  1  2  3  4

Gegeben sei die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto -2\sqrt{1 + \frac{1}{2}\sin(x)}$ . Bestimmen Sie die Ableitungen:

$f'(x) =$

$f''(x) =$

Bestimmen Sie das Taylorpolynom der Stufe 2 zum Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$ :

$T_2(f, x, 0) =$    $+$    $\cdot x +$    $\cdot x^2$

**Aufgabe 6** (4 Punkte)

 0  1  2  3  4

Bestimmen Sie für die Funktion  $f$  Lage und Wert ihres globalen Maximums, und für die Funktion  $g$  ihre Ableitung sowie alle kritischen Stellen.

Funktion	Maximum bei	Wert des Maximums
$f: [\ln(4), \ln(5)] \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \sum_{k=0}^2 3e^{kx}$	$x =$	
Funktion	Ableitung	kritische Stellen
$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \int_0^x \frac{8-2t}{t^2-8t+17} dt$	$g'(x) =$	

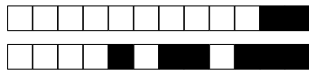
**Aufgabe 7** (3 Punkte)

 0  1  2  3

Bestimmen Sie die reelle Partialbruchzerlegung für

$$\frac{x^2 + 11x - 36}{(x-1)^2(x+2)} = \frac{\boxed{\phantom{000}}}{x-1} + \frac{\boxed{\phantom{000}}}{(x-1)^2} + \frac{\boxed{\phantom{000}}}{x+2}$$





**Aufgabe 2** (4 Punkte)

0  1  2  3  4

Berechnen Sie die Werte der folgenden Reihen:

$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^{-2k}(-\pi)^{2k}}{2(-1)^k(2k)!}$	$\lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{k=2}^N \frac{15 \cdot 4^k}{3^{2k}}$	$\sum_{k=2}^{\infty} \sqrt{\frac{4}{(k+1)^4}}$

**Aufgabe 3** (4 Punkte)

0  1  2  3  4

Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt  $z_0 \in \mathbb{C}$  in der Form  $a + bi$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$  und den Konvergenzradius  $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$ .

	$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(1+2i)^k}{2k-1} (z-3-i)^k$	$\sum_{n=0}^{\infty} (-5)^n \left(\frac{z+6}{10}\right)^n$	$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{2i-3m}{m^2} (4iz-5+8i)^m$
$z_0$			
$\rho$			

**Aufgabe 4** (3 Punkte)

0  1  2  3

Berechnen Sie:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 - \cos(x) + x^2}{3x^2 + 2x^3}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 2x} - x$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin((x^3 - x^2 - x + 1)\pi)}{\tan((2x + 1)\pi)}$

**Aufgabe 5** (4 Punkte)

0  1  2  3  4

Gegeben sei die Funktion  $f: (-\frac{7}{6}\pi, \frac{1}{6}\pi) \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \sqrt{1 - 2\sin(x)}$ . Bestimmen Sie die Ableitungen:

$f'(x) =$

$f''(x) =$

Bestimmen Sie das Taylorpolynom der Stufe 2 zum Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$ :

$T_2(f, x, 0) =$    $+$    $\cdot x +$    $\cdot x^2$

**Aufgabe 6** (4 Punkte)

0  1  2  3  4

Bestimmen Sie für die Funktion  $f$  Lage und Wert ihres globalen Maximums, und für die Funktion  $g$  ihre Ableitung sowie alle kritischen Stellen.

Funktion	Maximum bei	Wert des Maximums
$f: [\ln(3), \ln(4)] \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \sum_{k=0}^2 4e^{kx}$	$x =$	
Funktion	Ableitung	kritische Stellen
$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \int_0^x \frac{10-2t}{t^2-10t+26} dt$	$g'(x) =$	

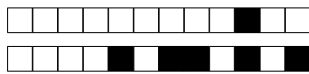
**Aufgabe 7** (3 Punkte)

0  1  2  3

Bestimmen Sie die reelle Partialbruchzerlegung für

$$\frac{7x^2 - 6x + 3}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{\boxed{\phantom{000}}}{x-1} + \frac{\boxed{\phantom{000}}}{(x-1)^2} + \frac{\boxed{\phantom{000}}}{x+1}$$





**Aufgabe 2** (4 Punkte)

0  1  2  3  4

Berechnen Sie die Werte der folgenden Reihen:

$\lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{k=2}^N \frac{5 \cdot 3^k}{2^{3k}}$	$\sum_{k=3}^{\infty} \sqrt{\frac{4}{(k-1)^4}}$	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{6^{-2k-1} (-\pi)^{2k+1}}{(-1)^{k+1} (2k+1)!}$

**Aufgabe 3** (4 Punkte)

0  1  2  3  4

Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Potenzreihen jeweils den Entwicklungspunkt  $z_0 \in \mathbb{C}$  in der Form  $a + bi$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$  und den Konvergenzradius  $\rho \in \mathbb{R}_0^+ \cup \{+\infty\}$ .

	$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(3-i)^k}{2k+1} (z+2-i)^k$	$\sum_{n=2}^{\infty} (-2)^n \left(\frac{z+3}{5}\right)^n$	$\sum_{m=3}^{\infty} \frac{5i-m}{(m+1)^2} (3iz-6+9i)^m$
$z_0$			
$\rho$			

**Aufgabe 4** (3 Punkte)

0  1  2  3

Berechnen Sie:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + \sin(x) - x}{4x + 5x^2}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 - x} - 2x$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + \cos(\pi x)}{\ln(x^2 + 5x + 5)}$

**Aufgabe 5** (4 Punkte)

0  1  2  3  4

Gegeben sei die Funktion  $f: (-\frac{1}{6}\pi, \frac{7}{6}\pi) \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto -\sqrt{1 + 2 \sin(x)}$ . Bestimmen Sie die Ableitungen:

$f'(x) =$

$f''(x) =$

Bestimmen Sie das Taylorpolynom der Stufe 2 zum Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$ :

$T_2(f, x, 0) =$    $+$    $\cdot x +$    $\cdot x^2$

**Aufgabe 6** (4 Punkte)

0  1  2  3  4

Bestimmen Sie für die Funktion  $f$  Lage und Wert ihres globalen Maximums, und für die Funktion  $g$  ihre Ableitung sowie alle kritischen Stellen.

Funktion	Maximum bei	Wert des Maximums
$f: [\ln(5), \ln(6)] \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \sum_{k=0}^2 2e^{kx}$	$x =$	
Funktion	Ableitung	kritische Stellen
$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \int_0^x \frac{6-2t}{t^2-6t+10} dt$	$g'(x) =$	

**Aufgabe 7** (3 Punkte)

0  1  2  3

Bestimmen Sie die reelle Partialbruchzerlegung für

$$\frac{2x^2 - 3x + 7}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{\boxed{\phantom{000}}}{x-1} + \frac{\boxed{\phantom{000}}}{(x-1)^2} + \frac{\boxed{\phantom{000}}}{x+1}$$