

Aufgabe 7 (4 Punkte)

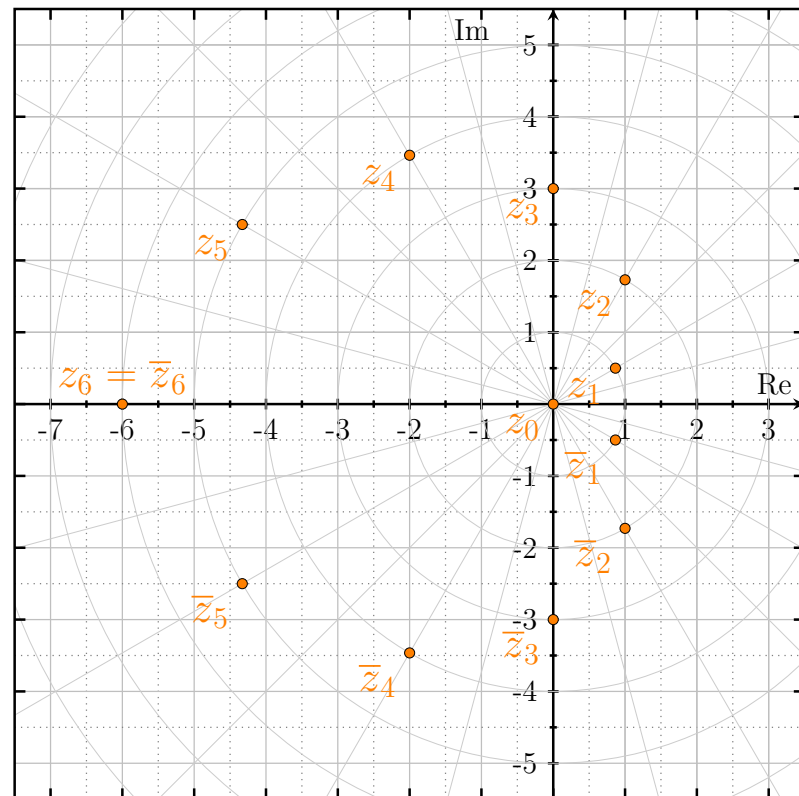
0 1 2 3 4

Sieben komplexe Zahlen sind gegeben durch

$$z_n := n \left(\cos \left(\frac{n\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{n\pi}{6} \right) \right) \quad \text{für} \quad n = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

(a) Skizzieren Sie die Punkte z_n .

(b) Skizzieren Sie die zu z_n komplex konjugierten Zahlen \bar{z}_n .



1 2 3 4

Beachten Sie die folgenden Hinweise:

- **Bearbeitungszeit:** 60 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt)

0 1

Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

Matrikelnummer:

Gruppe:

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Aufgabe 2 (2 Punkte) 0 1 2

Gegeben seien die Folgen

$$(a_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ mit } a_n := \sum_{k=0}^n \left(-\frac{1}{2}\right)^{k+1}, \quad (b_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ mit } b_n := \frac{(-1)^n \cos(n\pi) + 5\sqrt{n} - 10}{\sqrt{n}}.$$

Bestimmen Sie:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \boxed{-\frac{1}{3}} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \boxed{5}$$

Aufgabe 3 (2 Punkte) 0 1 2Bestimmen Sie die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, für die die Ungleichung $x^2 - 2x - 3 \geq 0$ erfüllt ist:

$$x \in \boxed{(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)}$$

Aufgabe 4 (3 Punkte) 0 1 2 3Seien $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ Parameter.

(a) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ sind $\begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} \alpha^2 + \alpha \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ orthogonal?

(b) Gegeben seien die Polynome $X^2 + \beta X + 3$, $X + 1$, $\beta X^2 - X + 1$.Für welche $\beta \in \mathbb{R}$ sind diese Polynome linear unabhängig?**Aufgabe 5** (3 Punkte) 0 1 2 3

(a) Berechnen Sie: $\begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 12 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ -10 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} -32 \\ 18 \\ -2 \end{pmatrix}}$

(b) Seien $E := \{x \in \mathbb{R}^3 \mid -3x_1 - 4x_2 + 12x_3 = 2\}$ und $F := \{x \in \mathbb{R}^3 \mid 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 1\}$.Bestimmen Sie den Schnitt $E \cap F$ der beiden Ebenen E und F :

$$E \cap F : \begin{pmatrix} -10 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 16 \\ -9 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ mit } \lambda \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 6 (6 Punkte) 0 1 2 3 4 5 6Gegeben seien $z := \frac{1-i}{\sqrt{2}}$ und die Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$, wobei $a_n := \arg(z^n) \in [0, 2\pi)$ und $b_n := \operatorname{Re}(z^n)$.

Bestimmen Sie: $a_1 = \boxed{\frac{7\pi}{4}}$ $a_2 = \boxed{\frac{3\pi}{2}}$ $a_3 = \boxed{\frac{5\pi}{4}}$ $a_4 = \boxed{\pi}$

$$b_1 = \boxed{\frac{1}{\sqrt{2}}} \quad b_2 = \boxed{0} \quad \dots \quad b_5 = \boxed{-\frac{1}{\sqrt{2}}} \quad \dots \quad b_{12} = \boxed{-1}$$

$$\overline{\lim}_{n \in \mathbb{N}} b_n = \boxed{1} \quad \underline{\lim}_{n \in \mathbb{N}} b_n = \boxed{-1}$$