

Aufgabe 2 (6 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6

(a) Gegeben seien $A := \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$ und $B := \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die folgenden Determinanten:

$\det(AB) =$, $\det(B^T B) =$, $\det(A + B) =$.

(b) Bestimmen Sie die Determinante $\det \begin{pmatrix} 5 & 5 & 1 & 1 \\ -3 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 8 \end{pmatrix} =$.

(c) Seien $C, D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ mit $\det(C) = \frac{20}{7}$, $\det(D) = -\frac{5}{7}$. Berechnen Sie

$\det(D^{-1}C) =$, $\det(C^T D^{-1}C) =$.

Aufgabe 3 (8 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6 7 8

Für $t \in \mathbb{R}$ seien die folgenden Matrizen gegeben:

$A_t = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -4 \\ 4 & 14 & t-10 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

(a) Berechnen Sie, wenn möglich, die folgenden Matrizenprodukte. Tragen Sie „nicht definiert“ in den Kasten ein, falls die Multiplikation nicht möglich ist.

$B^T B =$, $B^T A_0 =$, $B B^T =$

(b) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $A_0 x = B^T$:

(c) Berechnen Sie die Determinante von A_t : $\det(A_t) =$

(d) Für welche $t \in \mathbb{R}$ hat $A_t x = 0$ unendlich viele Lösungen? $t =$

Geben Sie für den Fall die Lösungsmenge an:

Aufgabe 4 (5 Punkte)

0 1 2 3 4 5

Sei $\mathbb{E} = (0; e_1, e_2, e_3)$ das Standardkoordinatensystem für \mathbb{R}^3 , und $\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$.

(a) Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$:

${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto$ $\cdot v +$

(b) Sei P der Punkt mit Standardkoordinaten ${}_{\mathbb{E}}P = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}$ und den Koordinatenvektor ${}_{\mathbb{F}}P$:

${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto$ $\cdot v +$ ${}_{\mathbb{F}}P =$

Aufgabe 5 (6 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6

Gegeben ist die folgende reelle Matrix A :

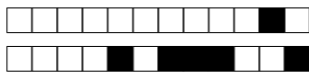
$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

(a) Bestimmen Sie alle Eigenwerte der Matrix A .

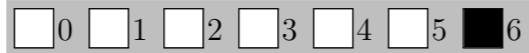
$\lambda_1 =$, $\lambda_2 =$, $\lambda_3 =$

(b) Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis B von \mathbb{R}^3 aus Eigenvektoren von A :

$B:$



Aufgabe 2 (6 Punkte)



(a) Gegeben seien $A := \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$ und $B := \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die folgenden Determinanten:

$\det(AB) =$, $\det(B^T B) =$, $\det(A + B) =$.

(b) Bestimmen Sie die Determinante $\det \begin{pmatrix} 9 & -1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & -5 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} =$.

(c) Seien $C, D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ mit $\det(C) = -2, \det(D) = \frac{2}{5}$. Berechnen Sie

$\det(D^{-1}C) =$, $\det(C^T D^{-1}C) =$.

Aufgabe 3 (8 Punkte)



Für $t \in \mathbb{R}$ seien die folgenden Matrizen gegeben:

$A_t = \begin{pmatrix} 2 & -6 & -4 \\ 4 & -10 & t-4 \\ -1 & 7 & 4 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 0 \end{pmatrix}$.

(a) Berechnen Sie, wenn möglich, die folgenden Matrizenprodukte. Tragen Sie „nicht definiert“ in den Kasten ein, falls die Multiplikation nicht möglich ist.

$B A_0 =$, $B^T A_0 =$, $B^T B =$

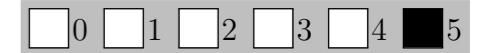
(b) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $A_0 x = B^T$:

(c) Berechnen Sie die Determinante von A_t : $\det(A_t) =$

(d) Für welche $t \in \mathbb{R}$ hat $A_t x = 0$ unendlich viele Lösungen? $t =$

Geben Sie für den Fall die Lösungsmenge an:

Aufgabe 4 (5 Punkte)



Sei $\mathbb{E} = (0; e_1, e_2, e_3)$ das Standardkoordinatensystem für \mathbb{R}^3 , und $\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$.

(a) Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$:

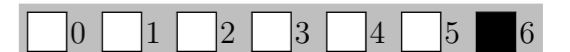
${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto$

(b) Sei P der Punkt mit Standardkoordinaten ${}_{\mathbb{E}}P = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}$ und den Koordinatenvektor ${}_{\mathbb{F}}P$:

${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto$ ${}_{\mathbb{F}}P =$

Aufgabe 5 (6 Punkte)



Gegeben ist die folgende reelle Matrix A :

$A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 0 \\ 3 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(a) Bestimmen Sie alle Eigenwerte der Matrix A .

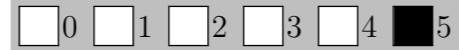
$\lambda_1 =$, $\lambda_2 =$, $\lambda_3 =$

(b) Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis B von \mathbb{R}^3 aus Eigenvektoren von A :

$B:$



Aufgabe 6 (5 Punkte)



Es sei der folgende Untervektorraum aus dem Raum der reellen 2×2 -Matrizen gegeben:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \alpha \\ \beta & -\beta \end{pmatrix} : \alpha, \beta \in \mathbb{R} \right\}$$

sowie die Basis $B: b_1, b_2$ von V mit $b_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ und $b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Weiter sei $\varphi: V \rightarrow V$ linear und es gelte

$$\varphi(b_1) = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \varphi(b_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Koordinatenvektoren von $\varphi(b_1)$ und $\varphi(b_2)$ bezüglich der Basis B .

$${}_B(\varphi(b_1)) = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad {}_B(\varphi(b_2)) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(b) Bestimmen Sie ${}_B\varphi_B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

(c) Geben Sie eine Basis C von $\text{Kern}(\varphi)$ an. $C: \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

(d) Geben Sie eine Basis D von $\text{Bild}(\varphi)$ an. $D: \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$



Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt)



Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

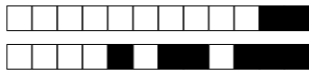
Matrikelnummer:

Gruppe:

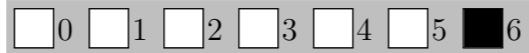
<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

Name, Vorname:

Matrikelnummer:



Aufgabe 2 (6 Punkte)



(a) Gegeben seien $A := \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ und $B := \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die folgenden Determinanten:

$\det(AB) =$, $\det(B^T B) =$, $\det(A + B) =$.

(b) Bestimmen Sie die Determinante $\det \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 7 & 1 \end{pmatrix} =$.

(c) Seien $C, D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ mit $\det(C) = \frac{14}{3}$, $\det(D) = -\frac{7}{3}$. Berechnen Sie

$\det(D^{-1}C) =$, $\det(C^T D^{-1}C) =$.

Aufgabe 3 (8 Punkte)



Für $t \in \mathbb{R}$ seien die folgenden Matrizen gegeben:

$A_t = \begin{pmatrix} 2 & -4 & -4 \\ 4 & -6 & t-5 \\ -1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

(a) Berechnen Sie, wenn möglich, die folgenden Matrizenprodukte. Tragen Sie „nicht definiert“ in den Kasten ein, falls die Multiplikation nicht möglich ist.

$A_0 B =$, $B^T B =$, $A_0 B^T =$.

(b) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $A_0 x = B^T$: .

(c) Berechnen Sie die Determinante von A_t : $\det(A_t) =$.

(d) Für welche $t \in \mathbb{R}$ hat $A_t x = 0$ unendlich viele Lösungen? $t =$.

Geben Sie für den Fall die Lösungsmenge an: .

Aufgabe 4 (5 Punkte)



Sei $\mathbb{E} = (0; e_1, e_2, e_3)$ das Standardkoordinatensystem für \mathbb{R}^3 , und $\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$.

(a) Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$:

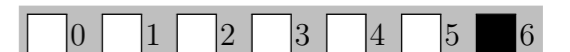
${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto$ $\cdot v +$.

(b) Sei P der Punkt mit Standardkoordinaten ${}_{\mathbb{E}}P = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}$ und den Koordinatenvektor ${}_{\mathbb{F}}P$:

${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto$ $\cdot v +$ ${}_{\mathbb{F}}P =$.

Aufgabe 5 (6 Punkte)



Gegeben ist die folgende reelle Matrix A :

$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

(a) Bestimmen Sie alle Eigenwerte der Matrix A .

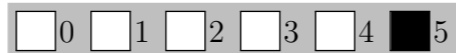
$\lambda_1 =$, $\lambda_2 =$, $\lambda_3 =$.

(b) Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis B von \mathbb{R}^3 aus Eigenvektoren von A :

$B:$.



Aufgabe 6 (5 Punkte)



Es sei der folgende Untervektorraum aus dem Raum der reellen 2×2 -Matrizen gegeben:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & -\beta \\ \alpha & \beta \end{pmatrix} : \alpha, \beta \in \mathbb{R} \right\}$$

sowie die Basis $B: b_1, b_2$ von V mit $b_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ und $b_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Weiter sei $\varphi: V \rightarrow V$ linear und es gelte

$$\varphi(b_1) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \varphi(b_2) = \begin{pmatrix} -7 & 7 \\ -7 & -7 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Koordinatenvektoren von $\varphi(b_1)$ und $\varphi(b_2)$ bezüglich der Basis B .

$${}_B(\varphi(b_1)) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad {}_B(\varphi(b_2)) = \begin{pmatrix} -7 \\ -7 \end{pmatrix}$$

(b) Bestimmen Sie ${}_B\varphi_B = \begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}$.

(c) Geben Sie eine Basis C von $\text{Kern}(\varphi)$ an. $C: \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$

(d) Geben Sie eine Basis D von $\text{Bild}(\varphi)$ an. $D: \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$



Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Zwei eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift werden nicht gewertet.
- Die grau hinterlegten Kästchen dienen der Korrekturauswertung und sind freizulassen.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.
- Folgende Werte der Winkelfunktionen könnten hilfreich sein:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (1 Punkt)



Kodieren Sie in den Feldern Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppennummer, indem Sie die entsprechenden Kästen ausfüllen. Tragen Sie außerdem Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer in die unten stehenden Felder ein.

Matrikelnummer:

Gruppe:

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

Name, Vorname:

Matrikelnummer:



Aufgabe 2 (6 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6

(a) Gegeben seien $A := \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ und $B := \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die folgenden Determinanten:

$\det(AB) =$, $\det(B^T B) =$, $\det(A + B) =$.

(b) Bestimmen Sie die Determinante $\det \begin{pmatrix} 2 & -5 & 1 & 1 \\ 5 & 7 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} =$.

(c) Seien $C, D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ mit $\det(C) = -\frac{9}{5}$, $\det(D) = \frac{3}{5}$. Berechnen Sie

$\det(D^{-1}C) =$, $\det(C^T D^{-1}C) =$.

Aufgabe 3 (8 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6 7 8

Für $t \in \mathbb{R}$ seien die folgenden Matrizen gegeben:

$A_t = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ 4 & -2 & t-6 \\ -1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

(a) Berechnen Sie, wenn möglich, die folgenden Matrizenprodukte. Tragen Sie „nicht definiert“ in den Kasten ein, falls die Multiplikation nicht möglich ist.

$A_0 B^T =$, $B^T B =$, $B B =$

(b) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $A_0 x = B^T$:

(c) Berechnen Sie die Determinante von A_t : $\det(A_t) =$

(d) Für welche $t \in \mathbb{R}$ hat $A_t x = 0$ unendlich viele Lösungen? $t =$

Geben Sie für den Fall die Lösungsmenge an:

Aufgabe 4 (5 Punkte)

0 1 2 3 4 5

Sei $\mathbb{E} = (0; e_1, e_2, e_3)$ das Standardkoordinatensystem für \mathbb{R}^3 , und $\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$.

(a) Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$:

${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto$ $\cdot v +$

(b) Sei P der Punkt mit Standardkoordinaten ${}_{\mathbb{E}}P = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die Koordinatentransformation ${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}$ und den Koordinatenvektor ${}_{\mathbb{F}}P$:

${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: v \mapsto$ $\cdot v +$ ${}_{\mathbb{F}}P =$

Aufgabe 5 (6 Punkte)

0 1 2 3 4 5 6

Gegeben ist die folgende reelle Matrix A :

$A = \begin{pmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

(a) Bestimmen Sie alle Eigenwerte der Matrix A .

$\lambda_1 =$, $\lambda_2 =$, $\lambda_3 =$

(b) Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis B von \mathbb{R}^3 aus Eigenvektoren von A :

$B:$