R. Adarbeh, J. Joussen,
J. Miller, R. Schmähl,
I. Solonenko

7. Gruppenübung zur Vorlesung

Höhere Mathematik 2

Sommersemester 2025

M. Stroppel

Präsenzübungen

Aufgabe P 21. *Kurvendiskussion*

Finden Sie die Nullstellen, lokalen Extrema und Wendepunkte folgender reeller Funktionen:

(a) $f(x) = x^2 + 5x + 6$ **(b)** $g(x) = \cos(3x)$ **(c)** $h(x) = x^3 - 4x^2 + 6$

Aufgabe P 22. *Integrationstechniken*

Berechnen Sie die folgenden Integrale.

(a) $\displaystyle\int \frac{\ln(5x)}{x}\,\mathrm{d}\,x$

(b) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} \mathrm{e}^{\cos(x)} \sin(x)\,\mathrm{d}\,x$

(c) $\displaystyle\int \big((\sin(x))^2 \cos(x)\big) \cdot (\cos(x))^2\,\mathrm{d}\,x$

(d) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{6-2x}}\,\mathrm{d}\,x$

Machen Sie ferner in den Fällen (a) und (b) eine Probe.

Aufgabe P 23. *Ein nützlicher Integrationstrick*

Zeigen Sie durch partielle Integration, dass für jede differenzierbare Funktion f die Formel

$$\int f(x)\ \mathrm{d}x \ = \ \Big[x\,f(x)\Big] - \int x\,f'(x)\ \mathrm{d}x$$

gilt. Berechnen Sie damit folgende Integrale.

(a) $\displaystyle\int \ln(x)\ \mathrm{d}x$ **(b)** $\displaystyle\int \arctan(x)\ \mathrm{d}x$ **(c)** $\displaystyle\int \ln(1+3x^2)$

Aufgabe P 24. *Partialbruchzerlegung*

Bestimmen Sie im Folgenden die Parameter A, B, C so, dass gelten:

(a) $\dfrac{x+4}{x^2-4} = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$

(b) $\dfrac{2x+1}{(x+1)^2} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{B}{(x+1)^2}$

(c) $\dfrac{x^2+4x}{(x+1)^3} = \dfrac{A}{x+1} + \dfrac{B}{(x+1)^2} + \dfrac{C}{(x+1)^3}$

Online-Aufgabe

Sie finden Ihre Online-Aufgabe (Bearbeitungszeit 22.05. – 28.05.)
auf folgender Webseite.

`https://mo.mathematik.uni-stuttgart.de/tests/test431/`

Hausübungen (Abgabe in ILIAS):

Aufgabe H 31. *Extrema*

Betrachten Sie die Funktion $f_c\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon f_c(x) = x^2(1-(x-c))^2$ mit Parameter $c \in \mathbb{R}$.

(a) Bestimmen Sie $f_c'(x)$ und $f_c''(x)$.

(b) Ermitteln Sie die Nullstellen von $f_c(x)$ und $f_c'(x)$.

(c) Klassifizieren Sie die lokalen Extrema von f für $c = 1$ und $c = 2$.

(d) Skizzieren Sie $f_c(x)$ für $c = 1$ und $c = 2$.

Aufgabe H 32. *Partielle Integration*

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\displaystyle\int e^{4x}\sin(2x)\,\mathrm{d}\,x$

(b) $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} (\ln(x))^2\,\mathrm{d}\,x$

Aufgabe H 33. *Substitution mit Parameter*

Zu $d \in \mathbb{R}$ definieren wir $f_d\colon \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$ und $g_d\colon \mathbb{R} \setminus \{d\pi\} \to \mathbb{R}$ vermöge

$$f_d(t) := t^{1+d}\ln\left(t^2 \cdot t^d\right)$$
$$g_d(t) := \frac{d}{\arctan\left(t-d\pi\right)\left(t^2-2d\pi t+1+d^2\pi^2\right)}$$

Bestimmen Sie $\displaystyle\int f_d(t)\,\mathrm{d}\,t$ und $\displaystyle\int g_d(t)\,\mathrm{d}\,t$.

Aufgabe H 34. *Alles in einem*

(a) Bestimmen Sie $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,x}\frac{1}{4}\left(\sin(x)\right)^4$.

(b) Bestimmen Sie $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{e}^{\frac{1}{4}(\sin(x))^4}\left(\sin(x)\right)^3\cos(x)\,\mathrm{d}\,x$ direkt mit 3.3.3.

(c) Bestimmen Sie $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{e}^{\frac{1}{4}(\sin(x))^4}\left(\sin(x)\right)^7\cos(x)\,\mathrm{d}\,x$.

Frischhaltebox

Aufgabe H 35. *Potenzreihen*

Führen Sie eine reelle Faktorisierung für folgende Polynome durch:

$$f(x) = x^2 - 3x + 2 \qquad g(x) = x^5 + 10x^3 + 25x$$