

Die Aufgaben zur Vortragsübung werden besprochen am Donnerstag, den 13. Juni,
um 14:00 Uhr in V53.01 (cbiw, ft, geod, mach, medtech, tema).
um 15:45 Uhr in V53.01 (bau, bewe, ernen, iui, lrt, mawi, umw, ving).

Aufgabe V 34. Hauptsatz der Differential und Integralrechnung

Sei $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine differenzierbare und $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion.

- (a) Zeigen Sie, dass die Funktion $G(x) := \int_0^{g(x)} f(t) dt$ differenzierbar ist, und dass $G'(x) = g'(x)f(g(x))$ gilt.
- (b) Sei $F(x) := \int_0^{(\sin(x))^2} \arcsin(\sqrt{t}) dt + \int_0^{(\cos(x))^2} \arccos(\sqrt{t}) dt$, $x \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass F differenzierbar ist und bestimmen Sie die Ableitung $F'(x)$.
- (c) Bestimmen Sie $F(0)$ und im Anschluss $F(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe V 35. Potenzreihe

Wir betrachten die Funktion

$$f: (-\rho, \rho) \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n! \cdot (n+2)}.$$

- (a) Bestimmen Sie den Konvergenzradius ρ dieser Potenzreihe.
- (b) Finden Sie eine Stammfunktion für f .
- (c) Schreiben Sie f in geschlossener Form.

Aufgabe V 36. Uneigentliche Integrale

Welche der folgenden uneigentlichen Integrale konvergieren? Zu welchen können Sie zudem den Wert bestimmen?

- (i) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-t^2/2} dt$
- (ii) $\int_0^2 \frac{\sin(x) + (\sqrt{x})^3}{x^2 + (\sqrt{x})^5} dx$
- (iii) $\int_0^1 e^{-x} \cdot \sqrt{x} \cdot \left(\frac{1}{2x} - 1\right) dx$
- (iv) $\int_1^{+\infty} e^{-x} \cdot \sqrt{x} \cdot \left(\frac{1}{2x} - 1\right) dx$
- (v) $\int_0^{+\infty} e^{-x} \cdot \sqrt{x} \cdot \left(\frac{1}{2x} - 1\right) dx$