

# Übungsblatt 1

## Aufgabe 1. Quantoren

- (a) Formulieren Sie die folgenden Sätze in formaler mathematischer Sprache, d.h. ausschließlich mit mathematischen Zeichen.
- (i) Die Summe zweier natürlicher Zahlen  $n$  und  $m$  ist größer als jede der beiden Zahlen  $n$  und  $m$ .
  - (ii) Für alle Elemente  $x$  der Menge  $M$  gibt es genau ein Element  $y$  der Menge  $N$ , so dass die Summe von  $x$  und  $y$  sowohl in  $M$  als auch in  $N$  liegt.
- (b) Verneinen Sie die folgenden Aussagen ohne Verwendung des Negationszeichens “ $\neg$ ”:
- (i)  $\forall x \in M : x \notin N$ ,
  - (ii)  $\forall \varepsilon > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n \geq n_0 : |x_n| < \varepsilon$ .

## Aufgabe 2. Wahrheitstafeln

Bestimmen Sie mit Hilfe von Wahrheitwertetafeln den Wahrheitswert der untenstehenden Ausdrücke in Abhängigkeit von den Wahrheitswerten von  $A$ ,  $B$  und  $C$ . Geben Sie dafür jeweils Schritt für Schritt die entsprechenden Wahrheitswerte der geklammerten Ausdrücke an.

- (i)  $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$
- (ii)  $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B)$
- (iii)  $((A \Rightarrow B) \wedge (\neg A \Rightarrow B)) \Leftrightarrow B$
- (iv)  $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$

## Aufgabe 3. Mengen I

Let  $\Omega$  be a set. Furthermore, let for each subset  $M$  of  $\Omega$  the complement  $M^c$  be defined by  $M^c = \Omega \setminus M$ . Show that for  $A, B, C \subseteq \Omega$  the following identities hold:

- (i)  $A \setminus B = A \cap B^c$
- (ii)  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ ,  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
- (iii)  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ ,  $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$
- (iv)  $C \setminus (A \cap B) = (C \setminus A) \cup (C \setminus B)$

*Bemerkung:* (ii) bezeichnet man als die Regeln von de Morgan, (iii) als die Distributivgesetze. In beiden Fällen müssen Sie nur eine der zwei Gleichungen zeigen.

## Aufgabe 4. Mengen II

- (a) Sei  $A = \{a, 2\}$ . Bestimmen Sie

$$A \times A, \quad \mathcal{P}(A) \setminus \emptyset, \quad \mathcal{P}(A) \setminus \{\emptyset\}, \quad \mathcal{P}(A^2).$$

- (b) Es seien  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $C = \{3, 5, 7\}$  und  $D = \{n \in \mathbb{N} \mid \exists k \in \mathbb{N}_0 : n = 2k + 1\}$ . Bestimmen Sie

$$B \cap C, \quad (B \setminus D) \cup C, \quad B \cup (C \setminus D), \quad B \cap C \cap D.$$

**Online-Aufgabe**

Sie finden die Online-Aufgabe zum Blatt 1 (Bearbeitungszeit 24.10.–30.10.) auf folgender Webseite (der Link wechselt im Laufe des Semesters!):

<https://mo.mathematik.uni-stuttgart.de/tests/test395/>



Bitte geben Sie dort zunächst Ihre Matrikelnummer ein.

Die Lösungen sind als ganze Zahlen oder als Dezimalzahlen mit einem Dezimal**p**unkt einzugeben. Sonstige Zeichen, wie zum Beispiel Klammern oder Operatoren wie \* und /, dürfen **nicht** benutzt werden.

Anschließend müssen Sie Ihr **P**asswort für die Onlineübungen eintragen, das Sie per Email an Ihre studentische Adresse (<st\*\*\*\*\*@stud.uni-stuttgart.de>) erhalten haben.

Der **Bearbeitungszeitraum** startet am Montag, den 24.10. um 14:00 Uhr und endet am Sonntag, den 30.10. um 24:00 Uhr. Innerhalb des Bearbeitungszeitraums können Sie Ihre Eingaben beliebig oft wiederholen, wobei nur die **letzten** Eingaben gewertet werden.

Sie können für die Bearbeitung der Online-Aufgabe 0, 1 oder 2 Punkte erreichen.