

Übungsblatt 5

Aufgabe 17. *Suprema, Infima*

Find the infimum and supremum, whenever they exist, of the following sets. Justify (or explain) your answer.

(a) $S_1 := \left\{ 1 - \frac{(-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$

(b) $S_2 := \left\{ \frac{1}{n^2} : n \in \mathbb{N} \right\}$

Aufgabe 18. *Winkelfunktionen*

Füllen Sie die folgende Wertetabelle für die trigonometrischen Funktionen \sin , \cos und \tan aus. Tragen Sie nichts ein, wenn die Funktion an der angegebenen Stelle nicht definiert ist. Geben Sie kurze geometrische Begründungen an.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\sin(x)$																	
$\cos(x)$																	
$\tan(x)$																	

Bemerkung: In Prüfungen wird von Ihnen erwartet, dass Sie die Werte von \sin , \cos und \tan an ganzzahligen Vielfachen von $\frac{\pi}{6}$ und $\frac{\pi}{4}$ auswendig können oder in der Lage sind, diese schnell herzuleiten.

Aufgabe 19. *Real- und Imaginärteil*

(a) Es sei $z = \sqrt{3} - i$. Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von z^{10} und \bar{z}^{10} .

(b) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen:

i) $\frac{3-i}{2+i}$

ii) $\sqrt{8}e^{i\frac{13\pi}{4}}$

iii) $\frac{\sqrt{2}e^{i\frac{3}{4}\pi}}{1+i}$

Aufgabe 20. *Einheitswurzeln*

(a) Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass für $a, b \in \mathbb{C}$ gilt

$$a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^{n-1-k} b^k, \quad n \in \mathbb{N}.$$

(b) Bestimmen Sie $z \in \mathbb{C}$ so, dass Folgendes zutrifft

$$z^{n-1} + 5z^{n-2} + 5^2z^{n-3} + \dots + 5^{n-2}z + 5^{n-1} = 0, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Online-Aufgabe

Sie finden die Online-Aufgabe zum Blatt 5 (Bearbeitungszeit 21.11.–27.11.) auf folgender Webseite:

<https://mo.mathematik.uni-stuttgart.de/tests/test395/>

