

Übungsblatt 7

Aufgabe 25. Skalarprodukt, Kreuzprodukt

- (a) Seien x, y Vektoren in \mathbb{R}^3 . Beweisen Sie, dass die Vektoren $x+y$ und $x-y$ orthogonal sind genau dann, wenn $|x|^2 = |y|^2$.
- (b) Seien x, y und w Vektoren in \mathbb{R}^3 . Weiter gelte $x + y + w = 0$. Zeigen Sie, dass gilt
- $\langle x \times y, w \rangle = 0$,
 - $x \times y = y \times w = w \times x$.

Aufgabe 26. Funktionsinterpolation, Lagrange Polynome

Find the polynomial p , with $p(x) = a_n x^n + \dots + a_0$, of lowest degree n that satisfies the following table of values:

x	-1	0	1	2
$p(x)$	2	-2	0	2

- (a) Determine p via a linear system for the coefficients $a_0, \dots, a_n \in \mathbb{R}$.
- (b) Determine p as the sum of Lagrange polynomials L_1, \dots, L_{n+1} .
Write the L_j in the form $L_j(x) = a_{j,n}x^n + \dots + a_{j,0}$.

Aufgabe 27. Kreuzprodukt: Geometrische interpretation

Betrachten Sie die folgenden drei Vektoren in \mathbb{R}^3

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad w = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Finden Sie einen Vektor, der sowohl zu u als auch zu v orthogonal ist.
- (b) Bestimmen Sie die Fläche des Parallelogramms, das durch u und v aufgespannt wird.
- (c) Bestimmen Sie das Volumen des Parallelepipeds, das durch u , v und w aufgespannt wird.

Aufgabe 28. Geraden, Ebenen

- (a) Berechnen Sie eine Punkt-Richtungsdarstellung der Ebene E , die die Punkte $P_1 = (1, 1, 1)$, $P_2 = (2, 1, -3)$ und $P_3 = (0, -4, 1)$ enthält.
- (b) Liegt der Punkt $P_4 = (-2, -4, 9)$ auf der Ebene E ?
- (c) Bestimmen Sie α so, dass die Gerade g durch die Punkte $P_5 = (-2, -4, 0)$ und $P_6 = (1, 1, \alpha)$ parallel zur Ebene E verläuft.

Online-Aufgabe

Sie finden die Online-Aufgabe zum Blatt 7 (Bearbeitungszeit 5.12.–11.12.) auf folgender Webseite:

<https://mo.mathematik.uni-stuttgart.de/tests/test395/>

