A. Logioti
F. Schewe
D. Zimmermann

Höhere Mathematik 1 für el, kyb, mecha, phys

I. Steinwart

Wintersemester 2022/23

Übungsblatt 9

Aufgabe 33. *Monotonie und Beschränkheit*

For each sequence $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, study the monotonicity and boundedness. Find an upper and lower bound where applicable.

(a) $a_n = \dfrac{n+1}{2n+1}$

(b) $a_n = 1 + \left(-\dfrac{3}{4}\right)^n$

(c) $a_n = \cos\left(\dfrac{\pi}{4}\right)\cos\left(\dfrac{\pi n}{2}\right)$

Aufgabe 34. *Absolute Konvergenz*

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Folge. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

(a) Ist $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|^2$ konvergent, dann konvergiert $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|$.

(b) Ist $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|$ konvergent, dann konvergiert $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|^2$.

(c) Ist $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergent, dann konvergiert $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|^2$.

Aufgabe 35. *Monotone Konvergenz*

Gegeben sei die reelle Zahlenfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit

$$a_n = \frac{3n+1}{1+2n}.$$

Zeigen Sie,

(a) dass $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ streng monoton wachsend ist,

(b) dass $0 \leqq a_n \leqq 2$,

(c) dass $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 2$, indem Sie zeigen, dass es ein $\varepsilon > 0$ gibt, so dass für alle $n_0 \in \mathbb{N}$ ein $n \geqq n_0$ existiert mit $|a_n - 2| \geqq \varepsilon$.

(d) dass $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \dfrac{3}{2}$, indem Sie für jedes $\varepsilon > 0$ angeben, wie groß $n_0 \in \mathbb{N}$ sein muss, so dass $\left|a_n - \dfrac{3}{2}\right| < \varepsilon$ für alle $n \geqq n_0$.

Aufgabe 36. *Reihen I*

(a) Berechnen Sie den Wert der Reihe

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-3)^k + 5}{4^k}.$$

(b) Ist die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right)$$

konvergent oder sogar absolut konvergent?

Online-Aufgabe

Sie finden die Online-Aufgabe zum Blatt 9 (Bearbeitungszeit 21.12.22–8.1.23) auf folgender Webseite:

`https://mo.mathematik.uni-stuttgart.de/tests/test395/`

Bitte beachten Sie, dass der Beginn der Bearbeitungszeit der Online-Aufgabe auf Grund von krankheitsbedingten Ausfällen nach hinten verschoben wurde. Andererseits haben Sie für die Bearbeitung des Aufgabe wegen des Jahreswechsels mehr Zeit.